

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахунково-графічної роботи за темою:

**«РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ
НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ.
АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ
ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ»**

з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки"

(для студентів заочної форми навчання напрямів

6.050701 - "Електротехніка та електротехнології "

і 6.050702 - "Електромеханіка")

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи за темою «Розрахунок трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги та аналіз перехідних процесів у лінійних електричних колах постійного струму» з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки» (для студентів заочної форми навчання напрямів 6.050701 - «Електротехніка та електротехнології» і 6.050702 - "Електромеханіка"). /Укл.: Форкун Я.Б., Самошкін В.П., Капустін Г.В., Юрченко С.М. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 48 с.

Укладачі: доц., к.т.н. Я.Б. Форкун,
доц., к.т.н. В.П. Самошкін,
доц., к.т.н. Г.В. Капустін,
ст. викл. С.М. Юрченко

Рецензент: проф., д.т.н. В.Б. Фінкельштейн

**Рекомендовано кафедрою теоретичної та загальної електротехніки,
протокол № 1 від 28.08.2008 р.**

ВСТУП

Підвищення якості підготовки молодих спеціалістів тісно пов'язане з розширенням та удосконаленням самостійної роботи студентів у період навчання.

Студенти, які навчаються за напрямами "Електротехніка" та "Електромеханіка", дисципліну «Теоретичні основи електротехніки» (ТОЕ) вивчають протягом двох семестрів і вона є базовою для відповідних спеціальностей.

Розрахунково-графічні роботи (РГР) – один з основних видів самостійної роботи студентів при вивченні курсу ТОЕ. У четвертому семестрі студенти заочної форми навчання відповідних напрямів виконують РГР № 1 («Розрахунок складних кіл постійного і синусоїдного струму»), а в п'ятому семестрі – РГР № 2, яка пов'язана з методикою розрахунку трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги (частина 1) і перехідних процесів у лінійних електричних колах (частина 2). Для кращого засвоєння матеріалу розрахунково-графічних робіт наведені приклади розрахунку подібних задач.

Значну частку часу виконання РГР займають обчислення, які повинні бути проведені з високою точністю для забезпечення правильності подальших побудов (хвильових діаграм, графіків залежностей тощо). При цьому доцільно залучати нові технічні засоби, обчислювальну техніку для забезпечення інтенсифікації праці майбутнього спеціаліста. Корисним є використання студентами сучасних програм, що широко застосовуються для проведення технічних розрахунків – MathCad Professional, MS Excel та ін.

Отримані під час виконання розрахунково-графічних робіт навички розрахунку електричних кіл повинні стати основою подальшого вивчення інших електротехнічних дисциплін.

Дані методичні вказівки складені на основі робочих програм з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» і призначені для студентів, які навчаються за напрямами «Електромеханіка» та «Електротехніка»

Пояснювальна записка до кожної частини РГР повинна містити:

- титульний аркуш;
- вихідну схему, вихідні дані й робоче завдання для розрахунку відповідної частини РГР;
- розрахунок в послідовності відповідно до робочого завдання кожної частини РГР.

Електричні схеми необхідно виконувати згідно з вимогами державних стандартів із застосуванням креслярського знаряддя; графіки, діаграми – на міліметровці. Загальне оформлення пояснювальної записки – згідно з «ДСТУ 3008-95. Документація. Звіти у сфері науки й техніки» (рекомендується викори-

стання радіотехнічного трафарету).

Варіант роботи визначають за двома останніми цифрами залікової книжки з відповідних таблиць, в яких вказані вихідні дані й номери схем для кожного варіанта:

1) РГР №2, частина 1 – табл.1.1, схеми – рис.1.2 - 1.21;

2) РГР №2, частина 2 – табл.2.1, схеми – рис.2.1 - 2.20.

Приклад оформлення титульних аркушів і розрахунку (пункт 1.4, 2.4) наведені нижче (для окремих частин РГР титульні аркуші відрізняються тільки назвою, що взята в лапки, а саме “Розрахунок трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги” або “Аналіз перехідних процесів у лінійних електричних колах постійного струму”).

Примітка: допускається оформляти РГР в учнівських зошитах; тоді титульний аркуш до РГР в цілому оформляють на обкладинці зошита, а розрахунок кожної частини з обов’язковою вказівкою назви частини в лапках починають з наступної сторінки (інші вимоги ті самі).

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ

МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

Кафедра теоретичної та загальної електротехніки

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки"

за темою

**«РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ
НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ»**

Виконав: студент гр. ЕСЕ – 1

Іванов А.В.

2 курсу заочної форми навчання

Шифр: 252627

Перевірив:

доц. Форкун Я.Б.

Харків – 2008

1. РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 (ЧАСТИНА І)

РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ КІЛ, ЩО ЖИВЛЯТЬСЯ НЕГАРМОНІЙНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ НАПРУГИ

Мета завдання:

- вивчити методику дослідження трифазних електричних кіл при живленні навантаження від трифазного симетричного негармонійного джерела напруги;
- навчитися визначати струми і напруги трифазного кола, що живиться негармонійними джерелами напруги, і записувати їх миттєві значення;
- навчитися знаходити потужності й коефіцієнти трифазного кола, що живиться негармонійними джерелами напруги.

1.1. Підготовка до роботи

1.1.1. Накреслити схему кола відповідно до свого варіанта (рис.1.2 ÷ 1.21). Записати вихідні дані для розрахунку (табл. 1.1).

1.1.2. Вказати позитивні напрямки струмів віток кола.

1.1.3. Накреслити несинусоїдну криву напруги $e_A(\omega t)$ (рис.1.1) відповідно до свого варіанта в збільшеному масштабі і розкласти її в тригонометричний ряд Фур'є, обмежившись трьома першими гармоніками.

Примітка: викладач визначає, яке трифазне коло досліджується, а саме:

- 1) при живленні навантаження від трифазного симетричного гармонійного джерела напруги;
- 2) при живленні навантаження від трифазного симетричного негармонійного джерела напруги.

У випадку 2 вважаємо, що несинусоїдна крива $e_A(\omega t)$ має геометрично правильну форму - прямокутну, або форму трикутника, або трапецієподібну форму (рис.1.1).

Студенти, що мають номер варіанту 01, 04, 07, 10, 13,..., 97, 100 в якості несинусоїдної кривої $e_A(\omega t)$ вибирають криву рис. 1.1,а. Студенти, що мають номер варіанту 02, 05, 08, 11,..., 95, 98 в якості несинусоїдної кривої $e_A(\omega t)$ вибирають криву рис. 1.1,б. Студенти, що мають номер варіанту 03, 06, 09, 12, ..., 93, 96, 99 в якості несинусоїдної кривої $e_A(\omega t)$ вибирають криву рис. 1.1,в.

1.2. Робоче завдання до першої частини розрахунково-графічної роботи №2

Якщо досліджують трифазне коло при живленні навантаження від трифазного симетричного гармонійного (синусоїдного) джерела напруги необхідно:

- записати в полярній формі комплекси амплітудних значень фазних ЕРС (електрорушійна сила) і лінійних напруг (початкова фаза ЕРС $e_A(\omega t)$ дорівнює нулю);
- записати в алгебраїчній і полярній формах комплексні опори всіх ділянок трифазного кола;
- визначити миттєві й діючі значення всіх струмів трифазного кола;
- знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними в таблиці вихідних даних відповідно до варіанта;
- побудувати графік миттєвого значення визначеної у п.4 напруги у функції часу;
- знайти активну, реактивну й повну потужності трифазної системи;
- побудувати векторно-топографічну діаграму напруги та струму трифазного кола.

Якщо досліджують трифазне коло при живленні навантаження від трифазного симетричного негармонійного джерела напруги необхідно:

- записати в полярній формі комплекси амплітудних значень фазних ЕРС і лінійних напруг для кожної гармоніки (початкова фаза ЕРС $e_A(\omega t)$ дорівнює нулю);
- записати в алгебраїчній і полярній формах комплексні опори всіх ділянок трифазного кола для кожної гармоніки;
- визначити миттєві й діючі значення усіх струмів трифазного кола;
- знайти миттєве й діюче значення напруги між двома точками схеми, вказаними в таблиці вихідних даних відповідно до варіанта;
- побудувати графік миттєвого значення, встановленої визначеної в п.4 напруги у функції часу (графіки гармонійних складових і результуючу негармонійну криву);
- знайти активну, реактивну й повну потужності трифазної системи;
- визначити потужність викривлення й коефіцієнт викривлення.

Приклад розрахунку (пункт 1.4) наведений нижче.

Таблиця 1.1 – вихідні данні для виконання РГР №2 (частина 1)

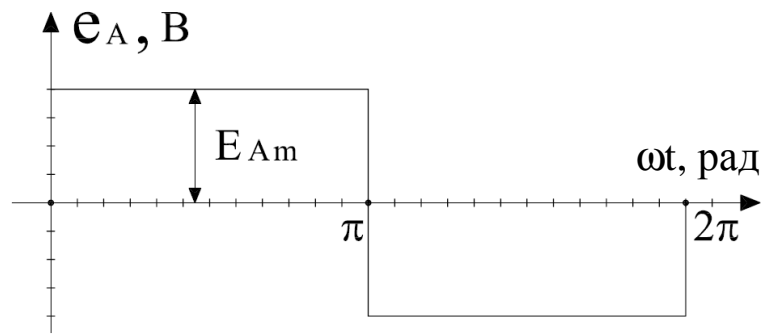
Вар.	Рис.	E_{Am}, B	T, c	$L, мГн$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	Визначити
1	1.2	100	0,015	22,32	276	-	4,33	8,66	u_{bc}
2	1.3	80	0,015	18,33	598	138	-	17,32	u_{bc}
3	1.4	60	0,015	4,78	398	-	7,66	2	u_{bc}
4	1.5	40	0,015	35,88	119,6	-	25,98	-	u_{bc}
5	1.6	20	0,015	17,94	79,7	-	4,33	-	u_{bc}
6	1.7	90	0,015	107,6	119,6	-	8,66	-	u_{bc}
7	1.8	70	0,015	41,4	175,1	-	17,32	-	u_{bc}
8	1.9	50	0,015	8,75	138	-	17,32	-	u_{bc}
9	1.10	30	0,015	23,92	478,5	-	17,32	-	u_{bc}
10	1.11	10	0,015	35,88	210,9	138	17,32	-	u_{bc}
11	1.12	200	0,015	22,32	276	-	4,33	8,66	u_{bc}
12	1.13	160	0,015	18,33	598	138	-	17,32	u_{bc}
13	1.14	120	0,015	4,78	398	-	7,66	2	u_{bc}
14	1.15	80	0,015	35,88	39,8	-	26	-	u_{bc}
15	1.16	40	0,015	17,94	957	79,7	8,66	-	u_{bc}
16	1.17	180	0,015	107,65	119,6	-	26	-	u_{bc}
17	1.18	140	0,015	41,4	175,1	-	17,32	-	u_{bc}
18	1.19	100	0,015	8,75	138	-	17,32	-	u_{bc}
19	1.20	60	0,015	23,92	478,5	-	17,32	-	u_{bc}
20	1.21	20	0,015	35,88	210,9	138	17,32	-	u_{bc}
21	1.2	100	0,02	29,71	367,5	-	4,33	8,66	u_{ca}
22	1.3	80	0,02	24,39	796,2	183,8	-	17,32	u_{ca}
23	1.4	60	0,02	6,36	530	-	7,66	2	u_{ca}
24	1.5	40	0,02	47,7	159,2	-	25,98	-	u_{ca}
25	1.6	20	0,02	23,88	106,1	-	4,33	-	u_{ca}
26	1.7	90	0,02	143,3	159,2	-	8,66	-	u_{ca}
27	1.8	70	0,02	55,16	233,1	-	17,32	-	u_{ca}
28	1.9	50	0,02	11,65	183,8	-	17,32	-	u_{ca}
29	1.10	30	0,02	31,85	636,9	-	17,32	-	u_{ca}
30	1.11	10	0,02	47,7	280,8	183,7	17,32	-	u_{ca}
31	1.12	200	0,02	29,71	367,5	-	4,33	8,66	u_{ca}
32	1.13	160	0,02	24,39	796,2	183,8	-	17,32	u_{ca}
33	1.14	120	0,02	6,36	530	-	7,66	2	u_{ca}

Продовження табл.1.1

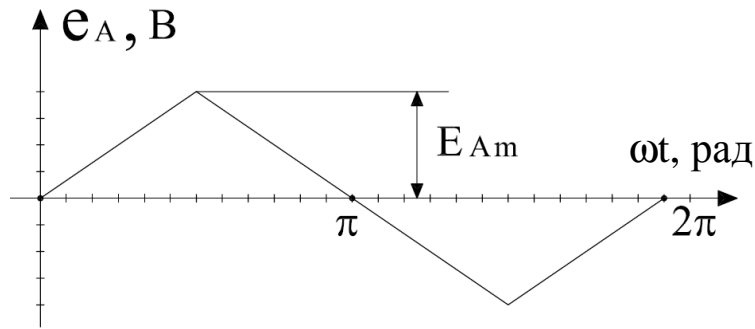
Вар.	Рис.	$E_{Am}, В$	$T, с$	$L, мГн$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	Визначити
34	1.15	80	0,02	47,7	53	-	26	-	u_{ca}
35	1.16	40	0,02	23,88	1274,8	106,1	8,66	-	u_{ca}
36	1.17	180	0,02	143,3	159,2	-	26	-	u_{ca}
37	1.18	140	0,02	55,16	233,1	-	17,32	-	u_{ca}
38	1.19	100	0,02	11,65	183,8	-	17,32	-	u_{ca}
39	1.20	60	0,02	31,85	636,9	-	17,32	-	u_{ca}
40	1.21	20	0,02	47,7	280,8	183,7	17,32	-	u_{ca}
41	1.2	100	0,025	37,32	461,6	-	4,33	8,66	u_{mn}
42	1.3	80	0,025	30,64	1000	230	-	17,32	u_{mn}
43	1.4	60	0,025	8	666	-	7,66	2	u_{mn}
44	1.5	40	0,025	60	200	-	25,98	-	u_{mn}
45	1.6	20	0,025	30	133,3	-	4,33	-	u_{mn}
46	1.7	90	0,025	180	200	-	8,66	-	u_{mn}
47	1.8	70	0,025	69,28	292,8	-	17,32	-	u_{Ab}
48	1.9	50	0,025	14,64	230,8	-	17,32	-	u_{Ab}
49	1.10	30	0,025	40	800	-	17,32	-	u_{Ab}
50	1.11	10	0,025	60	352,7	230,8	17,32	-	u_{mn}
51	1.12	200	0,025	37,32	461,6	-	4,33	8,66	u_{mn}
52	1.13	160	0,025	30,64	1000	230	-	17,32	u_{mn}
53	1.14	120	0,025	8	666	-	7,66	2	u_{mn}
54	1.15	80	0,025	60	66,7	-	26	-	u_{Ab}
55	1.16	40	0,025	30	1600	133,6	8,66	-	u_{mn}
56	1.17	180	0,025	180	200	-	26	-	u_{Ab}
57	1.18	140	0,025	69,28	292,8	-	17,32	-	u_{Ab}
58	1.19	100	0,025	14,64	230,8	-	17,32	-	u_{Ab}
59	1.20	60	0,025	40	800	-	17,32	-	u_{Ab}
60	1.21	20	0,025	60	352,7	230,8	17,32	-	u_{Ab}
61	1.2	100	0,04	59,42	735	-	4,33	8,66	u_{nk}
62	1.3	80	0,04	48,78	1592	368	-	17,32	u_{nk}
63	1.4	60	0,04	12,738	1061	-	7,66	2	u_{nk}
64	1.5	40	0,04	95,5	318,4	-	25,98	-	u_{nk}
65	1.6	20	0,04	47,77	212,2	-	4,33	-	u_{nk}
66	1.7	90	0,04	286,6	318	-	8,66	-	u_{nk}
67	1.8	70	0,04	110,32	466,3	-	17,32	-	u_{bc}
68	1.9	50	0,04	23,3	367,5	-	17,32	-	u_{bc}
69	1.10	30	0,04	63,69	1273,9	-	17,32	-	u_{bc}

Продовження табл.1.1

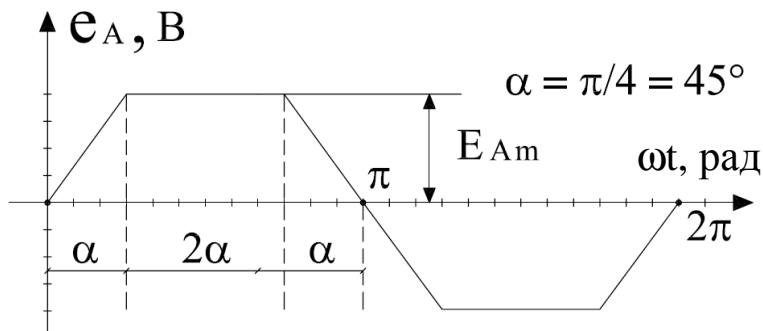
Вар.	Рис.	$E_{Am}, В$	$T, с$	$L, мГн$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	Визначити
70	1.11	10	0,04	95,5	561,7	36,75	17,32	-	u_{nk}
71	1.12	200	0,04	59,42	735	-	4,33	8,66	u_{nk}
72	1.13	160	0,04	48,78	1592,3	368	-	17,32	u_{nk}
73	1.14	120	0,04	12,74	1061,5	-	7,66	2	u_{nk}
74	1.15	80	0,04	95,5	106,1	-	26	-	u_{bc}
75	1.16	40	0,04	47,77	2547	212,2	8,66	-	u_{nk}
76	1.17	180	0,04	287	318,4	-	26	-	u_{bc}
77	1.18	140	0,04	110,32	466,3	-	17,32	-	u_{bc}
78	1.19	100	0,04	23,3	367,5	-	17,32	-	u_{bc}
79	1.20	60	0,04	63,69	1273,9	-	17,32	-	u_{bc}
80	1.21	20	0,04	95,5	561,7	367,5	17,32	-	u_{bc}
81	1.2	100	0,01	14,86	183,8	-	4,33	8,66	u_{ab}
82	1.3	80	0,01	12,19	398	91,9	-	17,32	u_{ab}
83	1.4	60	0,01	3,18	265,2	-	7,66	2	u_{ab}
84	1.5	40	0,01	23,8	79,6	-	25,98	-	u_{ab}
85	1.6	20	0,01	11,94	53	-	4,33	-	u_{ab}
86	1.7	90	0,01	71,65	79,6	-	8,66	-	u_{ab}
87	1.8	70	0,01	27,58	116,5	-	17,32	-	u_{ab}
88	1.9	50	0,01	5,82	91,8	-	17,32	-	u_{ab}
89	1.10	30	0,01	15,92	318,4	-	17,32	-	u_{ab}
90	1.11	10	0,01	23,8	140,4	91,9	17,32	-	u_{ab}
91	1.12	200	0,01	14,86	183,8	-	4,33	8,66	u_{ab}
92	1.13	160	0,01	12,19	398	91,9	-	17,32	u_{ab}
93	1.14	120	0,01	3,18	265,2	-	7,66	2	u_{ab}
94	1.15	80	0,01	23,8	26,5	-	26	-	u_{ab}
95	1.16	40	0,01	11,94	637	53	8,66	-	u_{ab}
96	1.17	180	0,01	71,65	79,6	-	26	-	u_{ab}
97	1.18	140	0,01	27,58	116,5	-	17,32	-	u_{ab}
98	1.19	100	0,01	5,82	91,8	-	17,32	-	u_{ab}
99	1.20	60	0,01	15,92	318,4	-	17,32	-	u_{ab}
100	1.21	20	0,01	23,8	140,4	91,9	17,32	-	u_{ab}



а)



б)



в)

Рис.1.1 – Несинусоїдні криві $e_A(\omega t)$ геометрично правильної форми

Ряди Фур'є для вказаних кривих:

1) ряд Фур'є для кривої $e_A(\omega t)$, що має прямокутну форму -

$$e_A(\omega t) = \frac{4 \cdot E_{Am}}{\pi} \cdot \left[\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \cdot \sin(5\omega t) + \dots \right], \text{ В};$$

2) ряд Фур'є для кривої $e_A(\omega t)$, що має форму трикутника -

$$e_A(\omega t) = \frac{8 \cdot E_{Am}}{\pi^2} \cdot \left[\sin(\omega t) - \frac{1}{9} \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{25} \cdot \sin(5\omega t) - \dots \right], \text{ В};$$

3) ряд Фур'є для кривої $e_A(\omega t)$, що має трапецієподібну форму -

$$e_A(\omega t) = \frac{4 \cdot E_{Am}}{\alpha \cdot \pi} \cdot \left[\sin \alpha \cdot \sin(\omega t) + \frac{1}{9} \cdot \sin(3\alpha) \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{25} \cdot \sin(5\alpha) \cdot \sin(5\omega t) + \dots \right] \text{ В}.$$

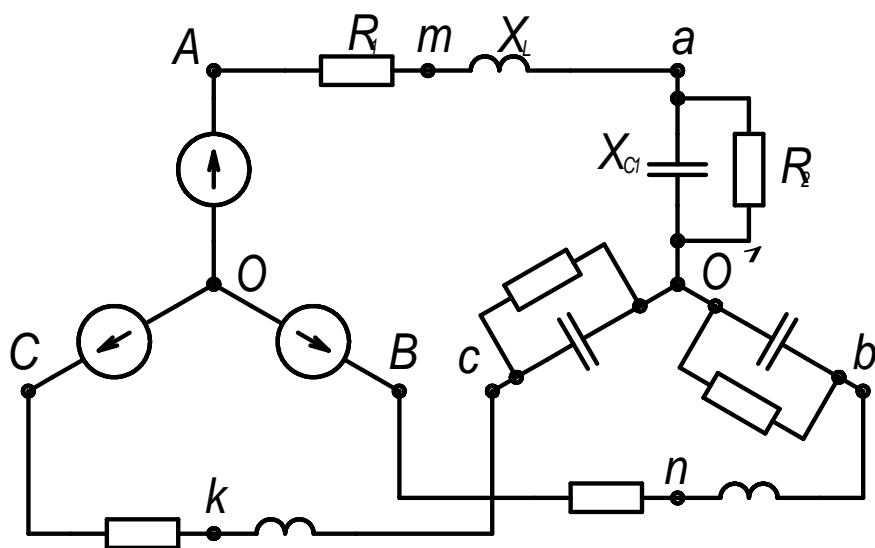


Рис.1.2

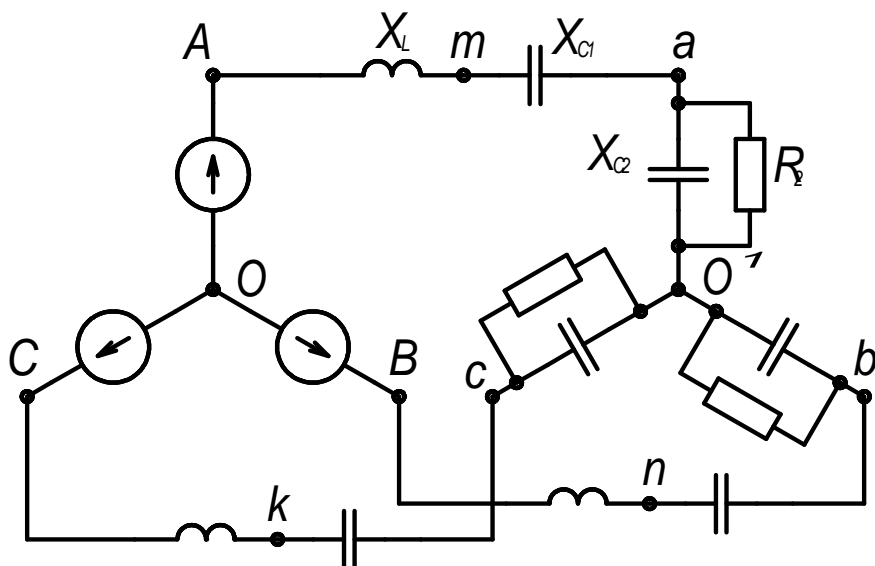


Рис.1.3

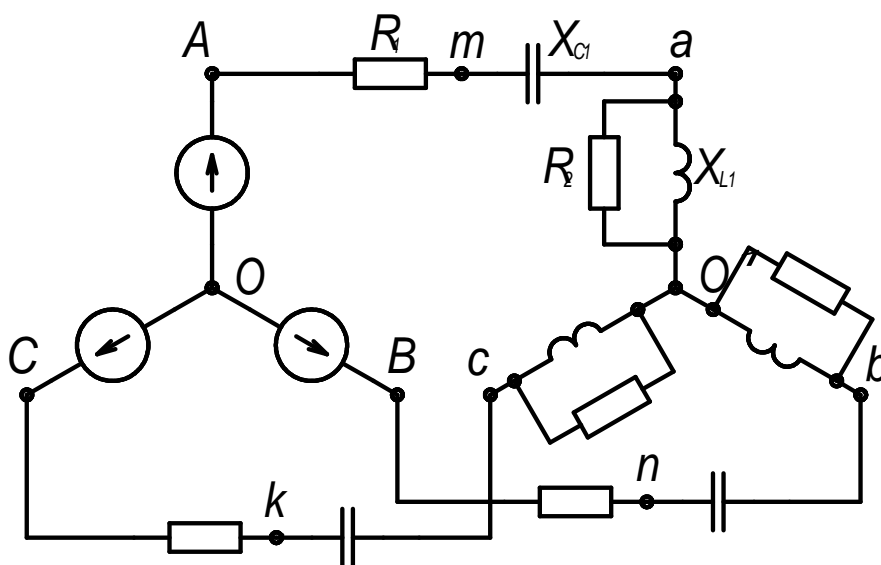


Рис.1.4

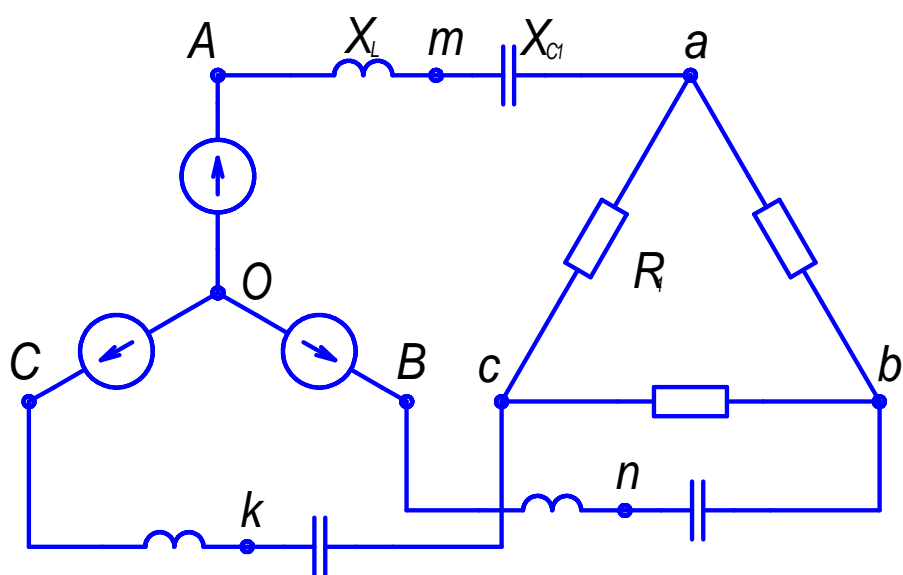


Рис.1.5

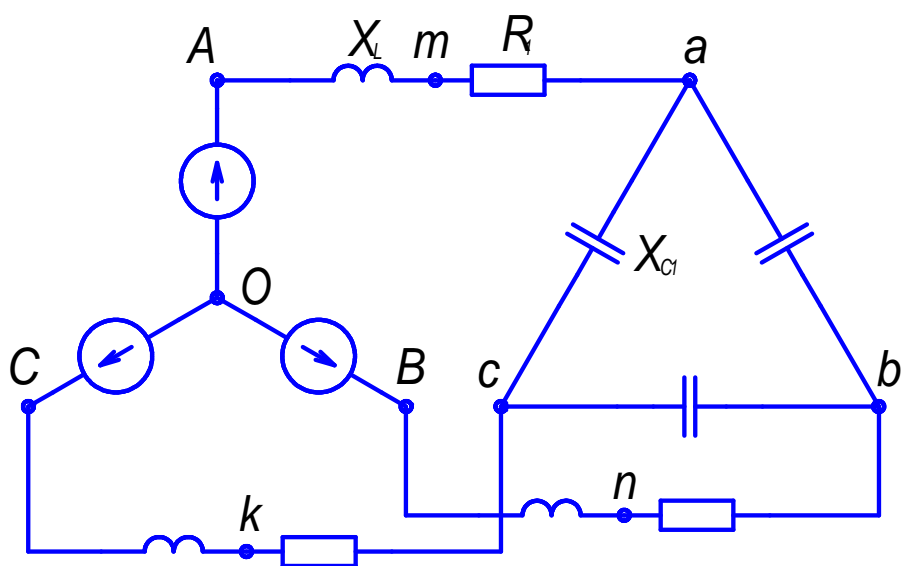


Рис.1.6

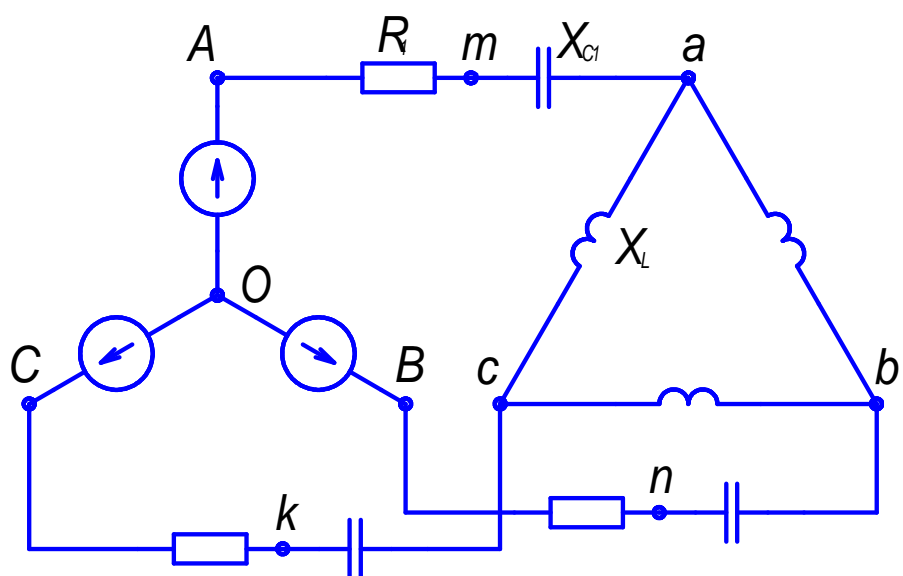


Рис.1.7

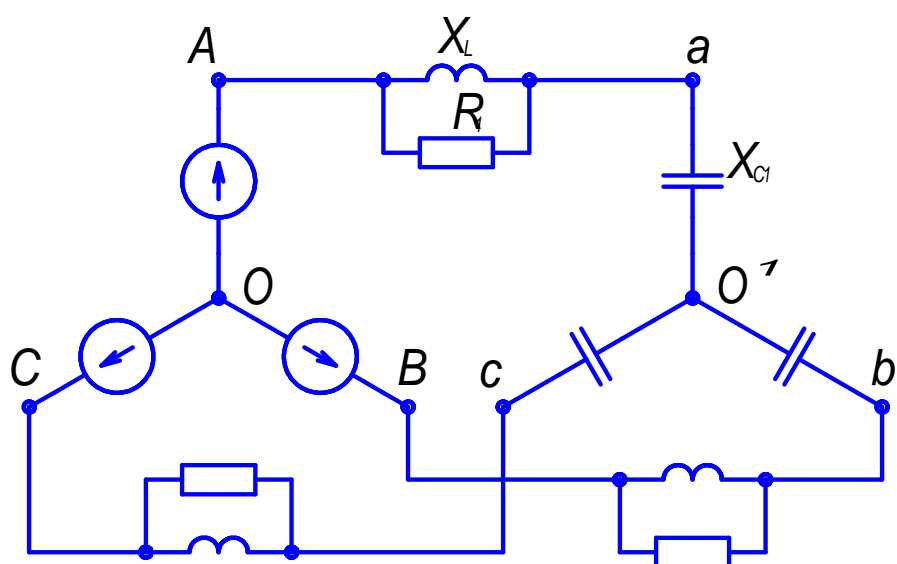


Рис.1.8

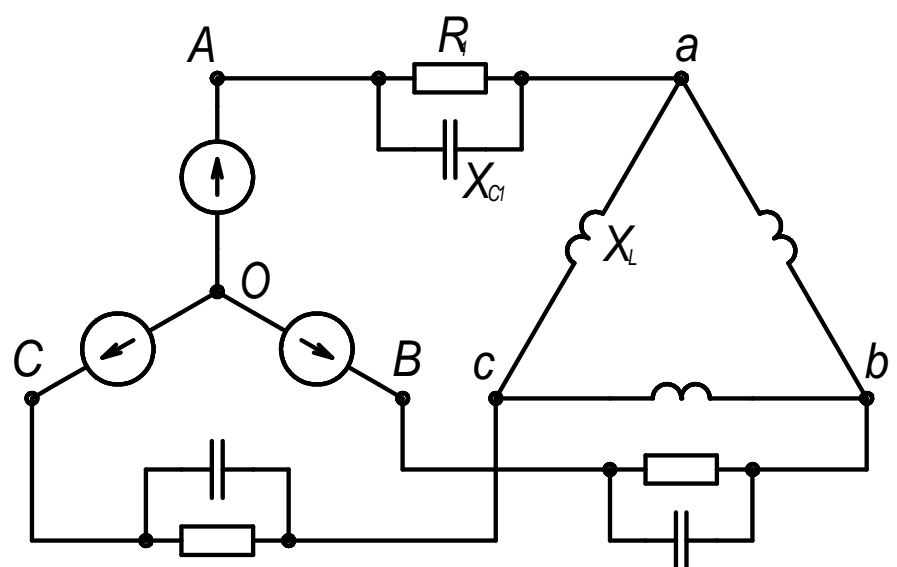


Рис.1.9

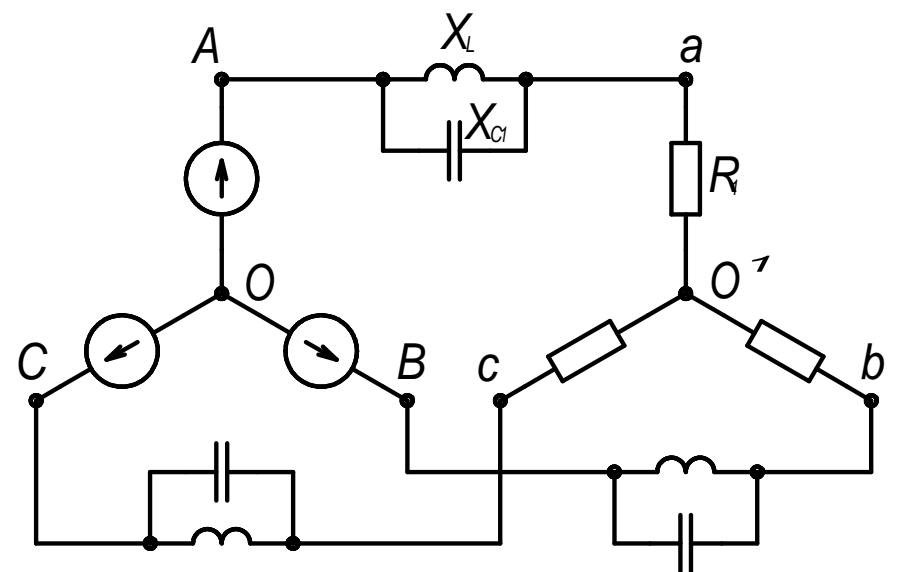


Рис.1.10

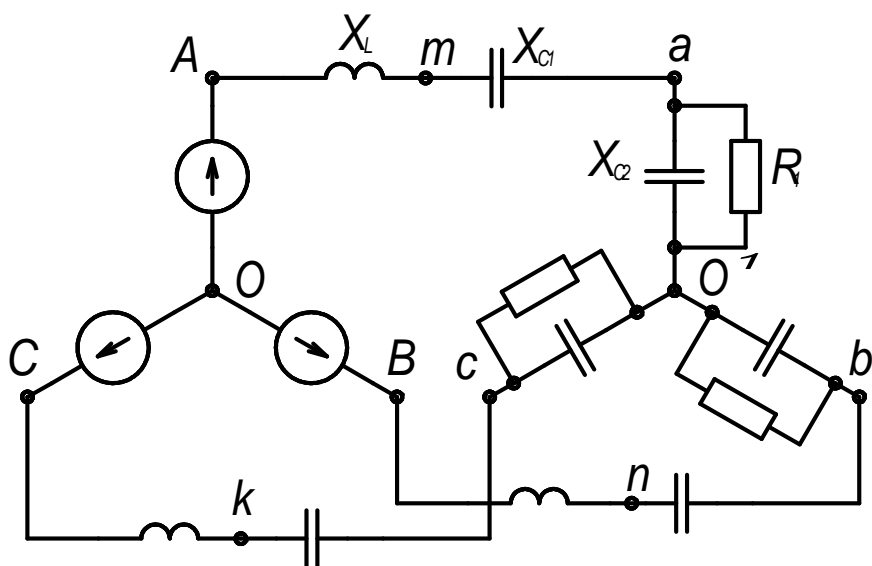


Рис.1.11

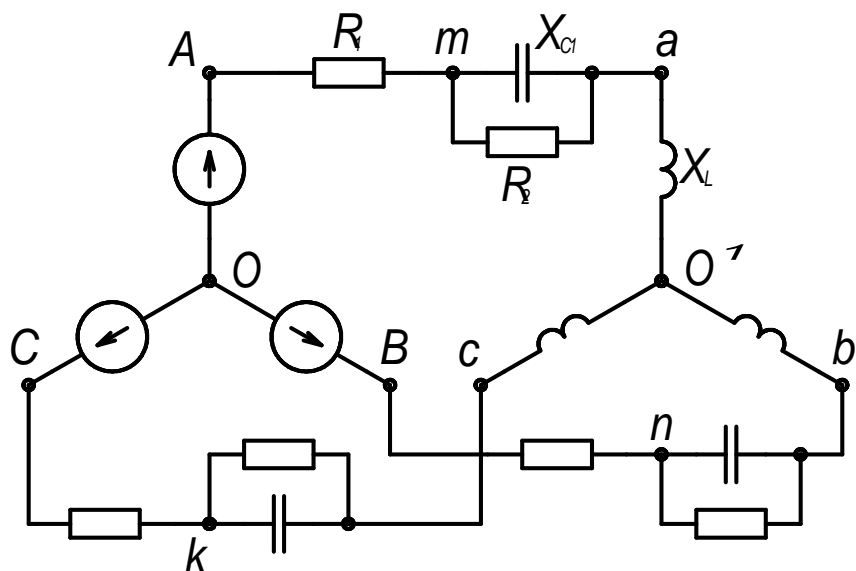


Рис.1.12

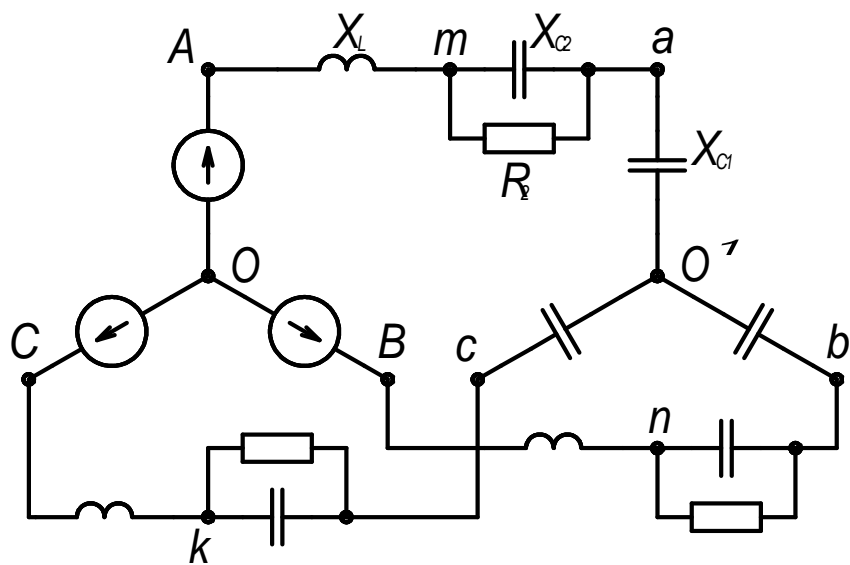


Рис.1.13

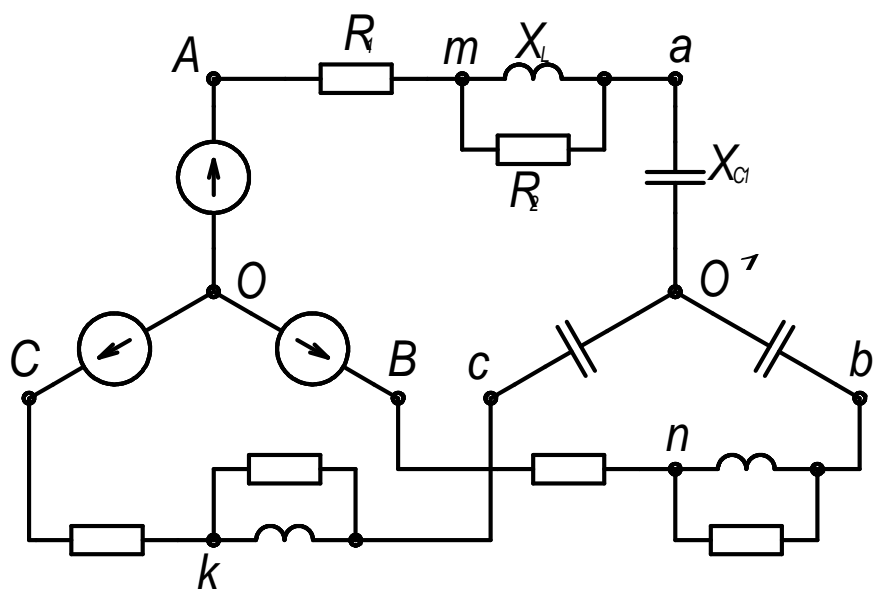


Рис.1.14

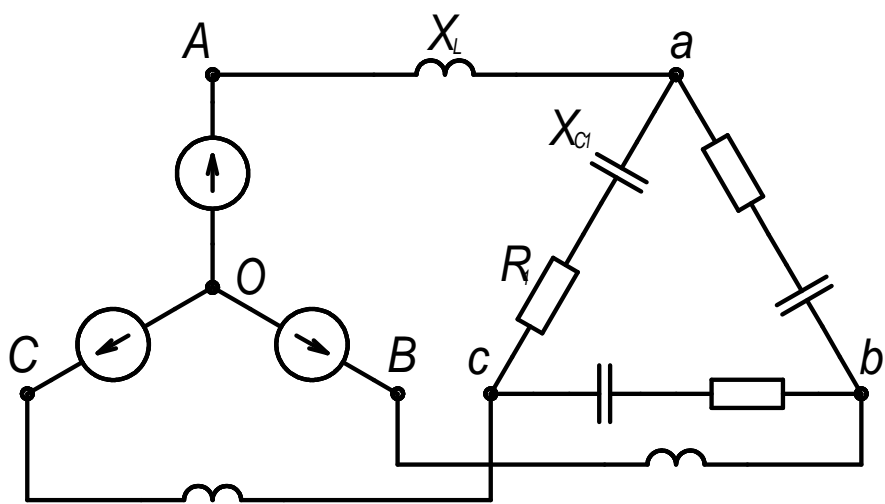


Рис.1.15

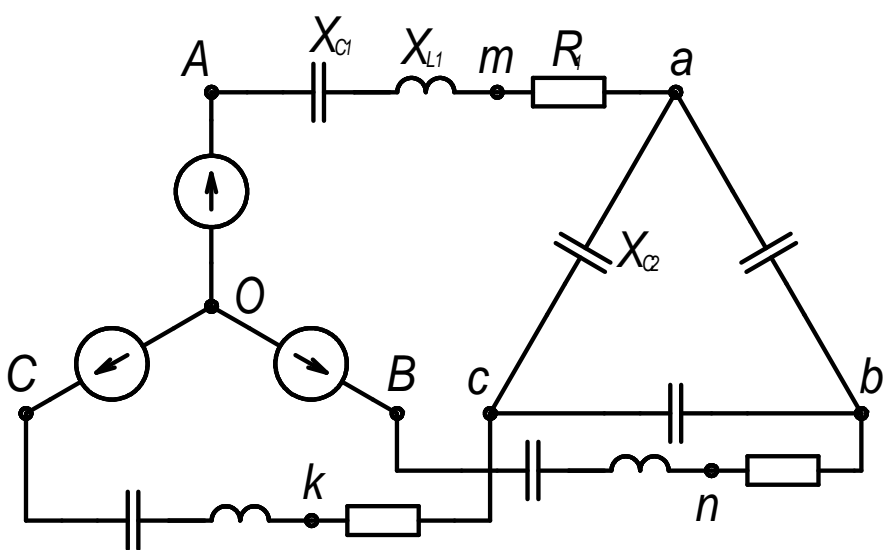


Рис.1.16

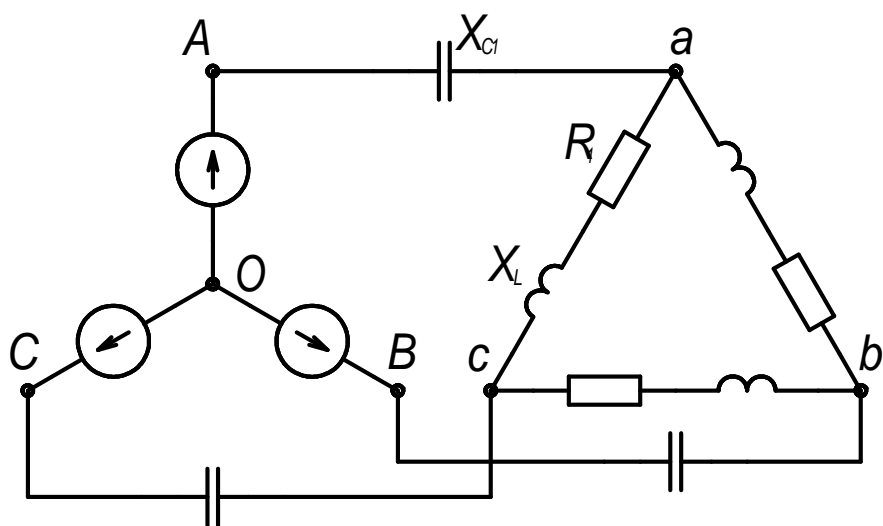


Рис.1.17

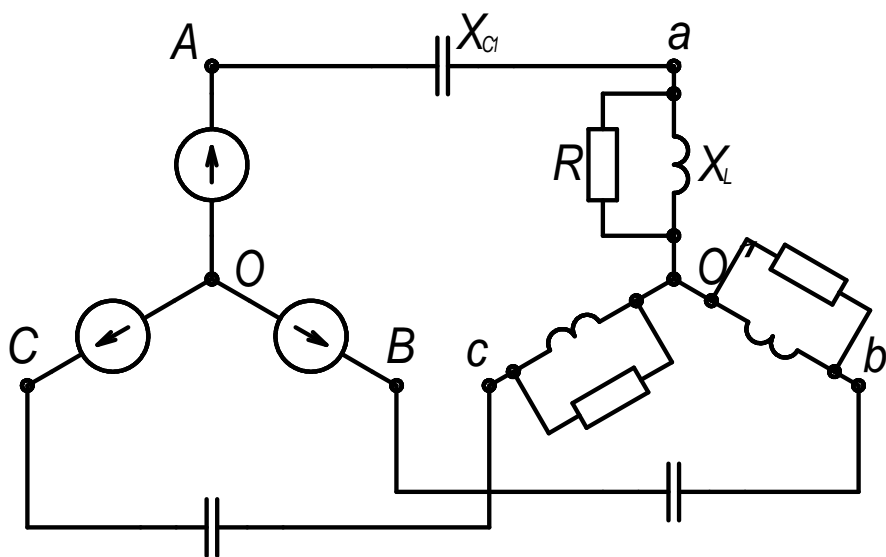


Рис.1.18

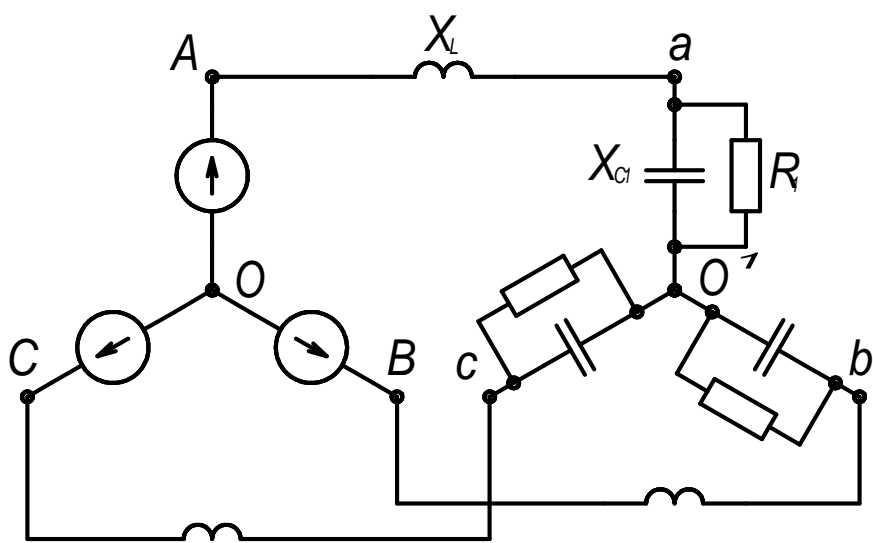


Рис.1.19

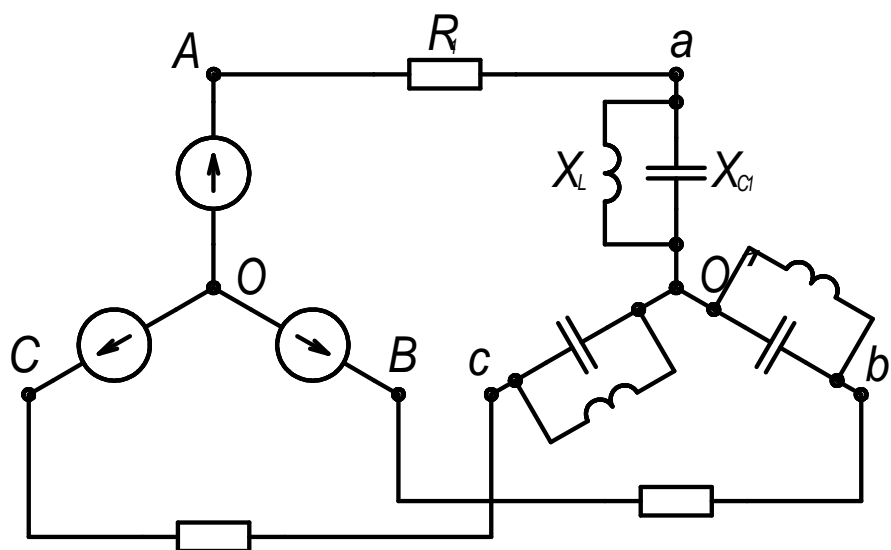


Рис.1.20

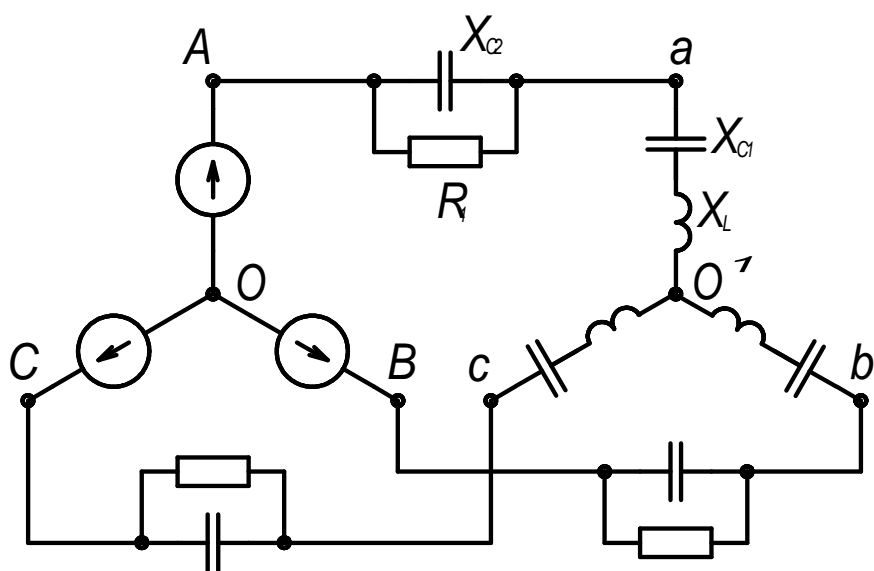


Рис.1.21

1.3. Загальні відомості

В електротехніці з різних причин можуть виникнути несинусоїдні періодичні струм і напруга (наявність в колі джерела, що виробляє несинусоїдну напругу; наявність в колі з джерелами синусоїдної напруги нелінійних елементів і ін.).

Основою розрахунку таких кіл є розкладання функцій напруги і струму в тригонометричні ряди Фур'є, а саме:

$$f(\omega t) = A^{(0)} + A_m^{(1)/} \cdot \sin(\omega t) + A_m^{(1)//} \cdot \cos(\omega t) + A_m^{(2)/} \cdot \sin(2\omega t) + A_m^{(2)//} \cdot \cos(2\omega t) + A_m^{(3)/} \cdot \sin(3\omega t) + A_m^{(3)//} \cdot \cos(3\omega t) + \dots + A_m^{(k)/} \cdot \sin(k \cdot \omega t) + A_m^{(k)//} \cdot \cos(k \omega t) + \dots, \quad (1.1)$$

$$\text{де } A^{(0)} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} f(\omega t) d\omega t - \text{нульова гармоніка (чи постійна складова);} \quad (1.2)$$

$$A_m^{(k)/} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} f(\omega t) \cdot \sin(k \omega t) d\omega t - \text{амплітуда синусоїдної складової гармоніки з номером } k; \quad (1.3)$$

$$A_m^{(k)//} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} f(\omega t) \cdot \cos(k \omega t) d\omega t - \text{амплітуда косинусоїдної складової гармоніки з номером } k. \quad (1.4)$$

Ряд Фур'є можна також записати у вигляді суми нульової гармоніки і синусоїдних складових з ненульовими початковими фазами:

$$f(\omega t) = A^{(0)} + \sum_{k=1}^n A_m^{(k)} \cdot \sin(k \omega t + \varphi^{(k)}), \quad (1.5)$$

$$\text{де } A_m^{(k)} = \sqrt{A_m^{(k)/2} + A_m^{(k)//2}}; \varphi^{(k)} = \arctg \frac{A_m^{(k)//}}{A_m^{(k)/}} - \text{амплітуда і початкова фаза } k\text{-ї гармоніки.} \quad (1.6)$$

Діюче значення несинусоїдної періодичної функції:

$$F = \sqrt{A^{(0)2} + \frac{A_m^{(1)2}}{2} + \frac{A_m^{(2)2}}{2} + \frac{A_m^{(3)2}}{2} + \dots + \frac{A_m^{(k)2}}{2}}. \quad (1.7)$$

Середнє за модулем значення несинусоїдної періодичної функції:

$$F_{cp} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} |f(\omega t)| d\omega t. \quad (1.8)$$

Несинусоїдні періодичні криві характеризуються:

- коефіцієнтом форми кривої (це відношення діючого значення до середнього за модулем значення) - $K_\phi = \frac{F}{F_{cp}}$;
- коефіцієнтом амплітуди (це відношення амплітудного значення несинусоїдної періодичної кривої до діючого значення) - $K_a = \frac{F_m}{F}$;

- коефіцієнтом викривлення (це відношення діючого значення першої гармоніки до діючого значення всієї кривої) - $K_{\epsilon} = \frac{F^{(1)}}{F}$, де $F^{(1)} = \frac{A_m^{(1)}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{A_m^{(1)/2} + A_m^{(1)/2}}}{\sqrt{2}}$.

Усі несинусоїдні періодичні криві, з якими мають справу в електротехніці, поділяються на дві групи: геометрично правильної й неправильної форми. Ряди Фур'є для несинусоїдних періодичних кривих геометрично правильної форми наведені в довідковій літературі (або в підручниках).

Приклади кривих геометрично правильної форми (рис.1.1) та рядів Фур'є для них наведені вище.

Несинусоїдні періодичні криві неправильної форми розкладаються в ряд Фур'є графоаналітичним методом. Останній полягає в заміні інтегралів (1.2), (1.3), (1.4) сумою кінцевого числа доданків. Для цього період функції 2π поділяють на n рівних інтервалів, кожен інтервал - $\Delta\omega t = \frac{2\pi}{n}$ (звичайно $n=24$).

Таким чином, амплітуда нульової гармоніки дорівнює:

$$A^{(0)} \approx \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sum_{p=1}^{p=n} (f_p(\omega t) \cdot \Delta\omega t) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sum_{p=1}^{p=n} \left(f_p(\omega t) \cdot \frac{2\pi}{n} \right) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{p=1}^{p=n} f_p(\omega t), \quad (1.9)$$

де p – поточний індекс ($p=1 \div n$);

$f_p(\omega t)$ – значення функції $f(\omega t)$ у середині інтервалу з номером p , тобто коли $\omega t = (p - 0,5) \cdot \Delta\omega t$.

Амплітуди синусоїдної та косинусоїдної складових k -ї гармоніки відповідно:

$$\begin{aligned} A_m^{(k)/} &\approx \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{p=1}^{p=n} f_p(\omega t) \cdot \sin_p(k\omega t) \cdot \Delta\omega t = \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{p=1}^{p=n} f_p(\omega t) \cdot \sin_p(k\omega t) \cdot \frac{2\pi}{n} = \\ &= \frac{2}{n} \cdot \sum_{p=1}^{p=n} f_p(\omega t) \cdot \sin_p(k\omega t); \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} A_m^{(k)//} &\approx \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{p=1}^{p=n} (f_p(\omega t) \cdot \cos_p(k\omega t) \cdot \Delta\omega t) = \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{p=1}^{p=n} \left(f_p(\omega t) \cdot \cos_p(k\omega t) \cdot \frac{2\pi}{n} \right); \\ &= \frac{2}{n} \cdot \sum_{p=1}^{p=n} (f_p(\omega t) \cdot \cos_p(k\omega t)), \end{aligned} \quad (1.11)$$

де $\sin_p(k\omega t)$ і $\cos_p(k\omega t)$ - значення функцій $\sin(k\omega t)$, $\cos(k\omega t)$ у середині p -го інтервалу, тобто коли $\omega t = (p - 0,5) \cdot \Delta\omega t$.

Періодичні несинусоїдні криві можуть мати ті чи інші види симетрії, що спрощує їх розкладання в ряд Фур'є, бо ті чи інші гармоніки виключаються з ряду (табл.1.2).

Таблиця 1.2 – види симетрії несинусоїдних періодичних кривих

№ п/п	Симетрія відносно	Математична умова	Особливості розкладання (гармоніки, що відсутні)
1	Осі ординат	$f(\omega t) = f(-\omega t)$	$A_m^{(k)}/$
2	Початку координат	$f(\omega t) = -f(-\omega t)$	$A^{(0)} = A_m^{(k)}/$
3	Осі абсцис	$f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$	$A^{(0)} = A_m^{(2k)}/ = A_m^{(2k)}/$
4	Одночасно випадок 2 і 3	$f(\omega t) = -f(-\omega t)$ $f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$	$A^{(0)} = A_m^{(2k)}/ = A_m^{(k)}/$
5	Одночасно випадок 1 і 3	$f(\omega t) = f(-\omega t)$ $f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$	$A^{(0)} = A_m^{(2k)}/ = A_m^{(k)}/$

Розрахунок електричних кіл з періодичними несинусоїдними джерелами енергії

Слід відзначити, що кола з несинусоїдними джерелами енергії розраховують *методом накладання (суперпозиції)*. Порядок розрахунку наступний.

- Представити несинусоїдні напругу чи струм джерела рядом Фур'є.
- Розрахувати комплекси віток для окремих гармонік. Для гармоніки з номером k :

$$\underline{Z}^{(k)} = R + j \cdot \left(k \cdot \omega L - \frac{1}{k \cdot \omega C} \right) = R + j \cdot \left(k \cdot X_L^{(1)} - \frac{X_C^{(1)}}{k} \right), \quad (1.12)$$

де $X_L^{(1)}$, $X_C^{(1)}$ - індуктивний та ємнісний опори для першої гармоніки.

- Розрахувати струм і напругу на ділянках кола від дії нульової гармоніки джерела, враховуючи, що фізичний смисл нульової гармоніки, скажімо, напруги, – це постійна напруга. Тому падіння напруги на індуктивності від дії нульової гармоніки струму дорівнює нулю ($U_L^{(0)} = 0$, $X_L^{(0)} = 0 \cdot \omega \cdot L = 0$), а струм вітки з ємністю нульової гармоніки відсутній ($I_C^{(0)} = 0$, $X_C^{(0)} = \frac{1}{0 \cdot \omega \cdot C} \Rightarrow \infty$).
- Розрахувати комплекси струму і напруги на ділянках кола від дії першої гармоніки джерела, після цього – від дії другої гармоніки джерела і т.д.
- Записати миттєві значення струму і напруги на ділянках кола для окремих гармонік.
- Записати ряди Фур'є для струму і напруги на ділянках кола у вигляді суми окремих гармонік.

Потужності в колах несинусоїдного струму поділяють на:

- активну потужність – дорівнює сумі активної потужності окремих гармонік

$$P = U^{(0)} \cdot I^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} U^{(k)} \cdot I^{(k)} \cdot \cos \varphi^{(k)} = \sum_{k=0}^{\infty} P^{(k)} = I^2 \cdot R \text{ (Вт)}; \quad (1.13)$$

- реактивну потужність - дорівнює сумі реактивної потужності окремих гармонік

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U^{(k)} \cdot I^{(k)} \cdot \sin \varphi^{(k)} = \sum_{k=1}^{\infty} I^{(k)2} \cdot X^{(k)} \text{ (ВАр)}; \quad (1.14)$$

- повну потужність - $S = U \cdot I \text{ ВА}; \quad (1.15)$

- потужність спотворення - $T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \text{ (ВА)}. \quad (1.16)$

Розрахунок трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги

ЕРС кожної фази трифазного трансформатора або трифазного генератора часто виявляється несинусоїдною. Кожна ЕРС (e_A, e_B, e_C) повторює по формі інші із зсувом на одну третину періоду ($T/3$) і може бути розкладена на окремі гармоніки. Постійна складова звичайно відсутня.

Нехай k - номер гармоніки ЕРС фази A : $e_A^{(k)} = E_m^{(k)} \cdot \sin(k \omega t + \varphi^{(k)})$. (1.17)

Оскільки ЕРС фази B відстає від ЕРС фази A на $T/3$, а ЕРС фази C випереджає ЕРС фази A на $T/3$, то гармоніки з номером k ЕРС фаз B і C відповідно:

$$e_B^{(k)} = E_m^{(k)} \cdot \sin\left(k \omega \left(t - \frac{T}{3}\right) + \varphi^{(k)}\right) = E_{km} \cdot \sin\left(k \omega t - \frac{2\pi}{3} \cdot k + \varphi^{(k)}\right). \quad (1.18)$$

$$e_C^{(k)} = E_m^{(k)} \cdot \sin\left(k \omega t + \frac{2\pi}{3} \cdot k + \varphi^{(k)}\right); \left(k \omega \frac{T}{3} = k \cdot \frac{2\pi \cdot T}{T \cdot 3} = k \cdot \frac{2\pi}{3} = 120^\circ \cdot k\right). \quad (1.19)$$

Якщо $k=1, 4, 7, 10, \dots$ то гармоніка з номером k ЕРС фази B відстає на 120° від гармоніки ЕРС фази A , а ЕРС фази C випереджає на 120° гармоніку ЕРС фази A . Отже ці гармоніки утворюють систему *прямої послідовності фаз*.

Якщо $k=2, 5, 8, 11, \dots$ то гармоніка з номером k ЕРС фази B випереджає на 120° гармоніку ЕРС фази A , а ЕРС фази C відстає на 120° від гармоніки ЕРС фази A . Отже, ці гармоніки утворюють систему *зворотної послідовності фаз*.

Гармоніки, які кратні трьом ($k=3, 6, 9, \dots$), утворюють систему *нульової послідовності*, тобто ці гармоніки ЕРС усіх трьох фаз співпадають за фазою ($3 \cdot 120^\circ = 360^\circ = 0^\circ$): $e_A^{(k)} = e_B^{(k)} = e_C^{(k)} = E_m^{(k)} \cdot \sin(k \omega t + \varphi^{(k)})$. (1.20)

На рис.1.22 подані векторні діаграми для прямої, зворотної і нульової послідовності чергування фаз.

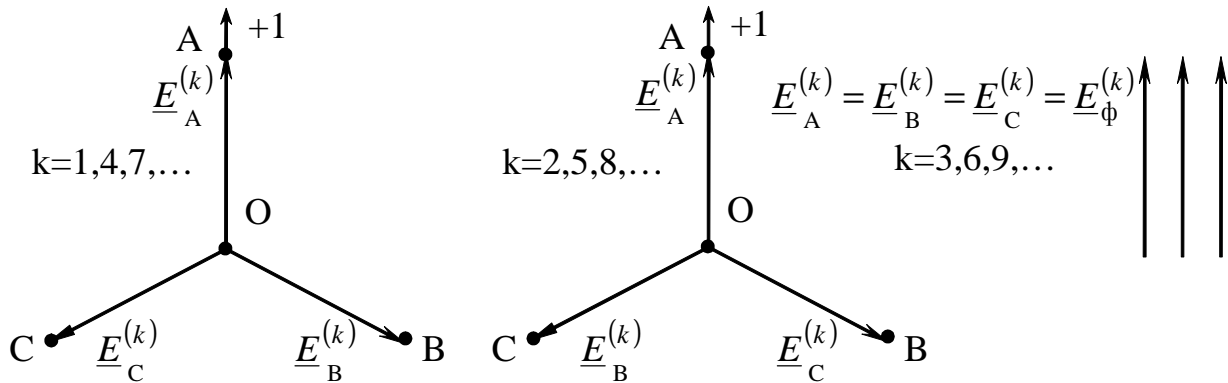


Рис.1.22

Розглянемо деякі особливості розрахунку трифазних систем, що викликані гармоніками та кратні трьом.

1. У лінійній напрузі, якщо обмотки генератора з'єднані зіркою, гармоніки, що кратні трьом, відсутні, тому що $\underline{U}_{AB}^{(3k)} = \underline{E}_A^{(3k)} - \underline{E}_B^{(3k)} = 0$, де $\underline{E}_A^{(3k)}$, $\underline{E}_B^{(3k)}$ - комплекси діючих значень фазних ЕРС $e_A(\omega t)$ і $e_B(\omega t)$ гармонік, що кратні трьом, ($k=1, 2, 3, 4, \dots$).

Тоді діюче значення лінійної напруги:

$$U_L = \sqrt{3} \cdot \sqrt{U^{(1)^2} + U^{(2)^2} + U^{(4)^2} + \dots} \quad (1.21)$$

Діюче значення фазної напруги, що містить всі гармоніки -

$$U_\phi = \sqrt{U^{(1)^2} + U^{(2)^2} + U^{(3)^2} + U^{(4)^2} + \dots}, \quad (1.22)$$

тому співвідношення $U_L / U_\phi < \sqrt{3}$.

2. При з'єднанні генератора й симетричного навантаження зіркою за відсутності нульового проводу струми третіх та інших гармонік нульової послідовності не можуть протікати лінійними проводами.

Напруга зміщення нейтралі для гармонік, що кратні трьом ($k=1, 2, 3, 4, \dots$):

$$\underline{U}_{010}^{(3k)} = \frac{\underline{E}_A^{(3k)} \cdot \underline{Y}_A^{(3k)} + \underline{E}_B^{(3k)} \cdot \underline{Y}_B^{(3k)} + \underline{E}_C^{(3k)} \cdot \underline{Y}_C^{(3k)}}{\underline{Y}_A^{(3k)} + \underline{Y}_B^{(3k)} + \underline{Y}_C^{(3k)}} = \frac{\underline{E}_\phi^{(3k)} \cdot 3 \underline{Y}_\phi^{(3k)}}{3 \cdot \underline{Y}_\phi^{(3k)}} = \underline{E}_\phi^{(3k)}. \quad (1.23)$$

Тому лінійні струми для гармонік, що кратні трьом:

$$\underline{I}_A^{(3k)} = \underline{I}_B^{(3k)} = \underline{I}_C^{(3k)} = \frac{\underline{E}_\phi^{(3k)} - \underline{U}_{010}^{(3k)}}{\underline{Z}_\phi^{(3k)}} = 0. \quad (1.24)$$

При несиметричному навантаженні:

$$\underline{U}_{010}^{(3)} = \frac{\underline{E}_\phi^{(3k)} \cdot (\underline{Y}_A^{(3k)} + \underline{Y}_B^{(3k)} + \underline{Y}_C^{(3k)})}{\underline{Y}_A^{(3k)} + \underline{Y}_B^{(3k)} + \underline{Y}_C^{(3k)}} = \underline{E}_\phi^{(3k)}. \quad (1.25)$$

Тому лінійні струми для гармонік, що кратні трьом:

$$\underline{I}_A^{(3k)} = \frac{\underline{E}_A^{(3k)} - \underline{U}_{010}^{(3k)}}{\underline{Z}_A^{(3k)}} = \frac{0}{\underline{Z}_A^{(3k)}} = 0, \quad \underline{I}_B^{(3k)} = \frac{\underline{E}_B^{(3k)} - \underline{U}_{010}^{(3k)}}{\underline{Z}_B^{(3k)}} = 0, \quad \underline{I}_C^{(3k)} = \frac{\underline{E}_C^{(3k)} - \underline{U}_{010}^{(3k)}}{\underline{Z}_C^{(3k)}} = 0. \quad (1.26)$$

Миттєве значення напруги зміщення нейтралі при симетричному і несиметричному навантаженні - $u_{010} = E_m^{(3)} \cdot \sin 3\omega t + E_m^{(6)} \cdot \sin 6\omega t + \dots$, а діюче значення -

$$U_{010} = \sqrt{\frac{E_m^{(3)2}}{2} + \frac{E_m^{(6)2}}{2} + \frac{E_m^{(9)2}}{2} + \dots}. \quad (1.27)$$

3. Якщо маємо схему «зірка – зірка» при симетричному навантаженні фаз та наявності опору \underline{Z}_0 в нульовому проводі, то по ньому буде протікати струм гармонік, що кратні трьом ($k=1,2,3,4\dots$):

$$\underline{I}_0^{(3k)} = \frac{\underline{E}_\phi^{(3k)}}{\underline{Z}_0^{(3k)} + \frac{\underline{Z}_\phi^{(3k)}}{3}}. \quad (1.28)$$

$$\text{Лінійний струм при цьому - } \underline{I}_A^{(3k)} = \underline{I}_B^{(3k)} = \underline{I}_C^{(3k)} = \frac{\underline{I}_0^{(3k)}}{3}. \quad (1.29)$$

$$\text{Напруга зміщення нейтралі - } \underline{U}_{010}^{(3k)} = \frac{\underline{E}_\phi^{(3k)} \cdot 3 \underline{Y}_\phi^{(3k)}}{3 \cdot \underline{Y}_\phi^{(3k)} + \underline{Y}_0^{(3k)}}. \quad (1.30)$$

4. Якщо маємо схему «зірка – зірка» при несиметричному навантаженні фаз та наявності опору \underline{Z}_0 в нульовому проводі, то ним також буде протікати струм гармонік, що кратні трьом ($k=1,2,3,4\dots$).

$$\text{Напруга зміщення нейтралі - } \underline{U}_{010}^{(3)} = \frac{\underline{E}_\phi^{(3k)} \cdot (\underline{Y}_A^{(3k)} + \underline{Y}_B^{(3k)} + \underline{Y}_C^{(3k)})}{\underline{Y}_A^{(3k)} + \underline{Y}_B^{(3k)} + \underline{Y}_C^{(3k)} + \underline{Y}_0^{(3k)}}. \quad (1.31)$$

Струм знаходять так:

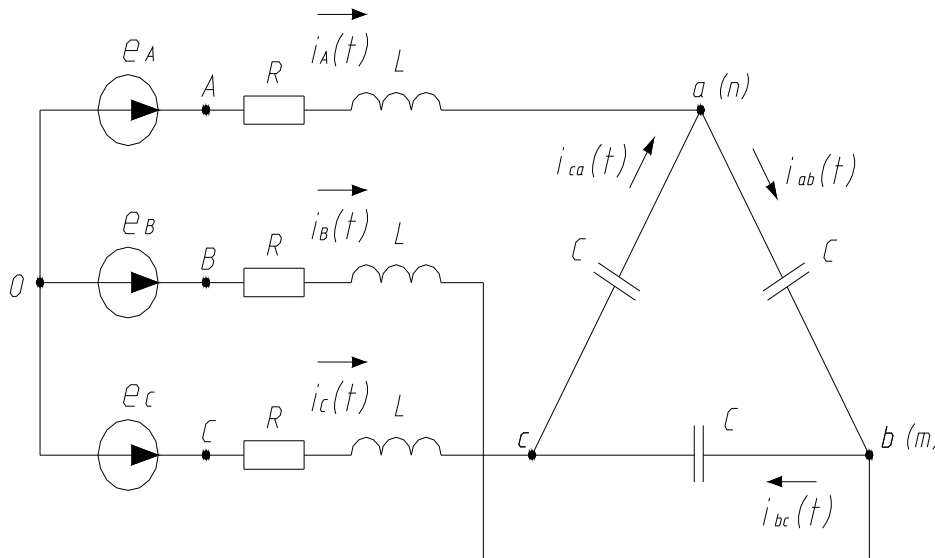
$$\underline{I}_A^{(3k)} = \frac{\underline{E}_A^{(3k)} - \underline{U}_{010}^{(3k)}}{\underline{Z}_A^{(3k)}}, \quad \underline{I}_B^{(3k)} = \frac{\underline{E}_B^{(3k)} - \underline{U}_{010}^{(3k)}}{\underline{Z}_B^{(3k)}}, \quad \underline{I}_C^{(3k)} = \frac{\underline{E}_C^{(3k)} - \underline{U}_{010}^{(3k)}}{\underline{Z}_C^{(3k)}}, \quad (1.32)$$

$$\underline{I}_0^{(3k)} = \frac{\underline{U}_{010}^{(3k)}}{\underline{Z}_0^{(3k)}} = \underline{I}_A^{(3k)} + \underline{I}_B^{(3k)} + \underline{I}_C^{(3k)}. \quad (1.33)$$

1.4. Приклад розрахунку

Розрахункова схема (варіант № ...)

Вихідні дані:



$$E_{Am} = 100 \text{ В};$$

$$R = 4,2 \text{ Ом};$$

$$L = 10 \text{ мГ};$$

$$C = 50 \text{ мкФ};$$

$$u_{mn} = u_{ba}.$$

Рис. 1.23

Виконання

1.4.1. Ряд Фур'є для живильної напруги, що має форму трикутника, при значенні:

$$e_A(\omega t) = \frac{8 \cdot E_{Am}}{\pi^2} \cdot \left[\sin(\omega t) - \frac{1}{9} \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{25} \cdot \sin(5\omega t) - \dots \right] =$$

$$= 81,1 \cdot \sin(314 \cdot t) - 9 \cdot \sin(942 \cdot t) + 3,2 \cdot \sin(1570 \cdot t), \text{ В.}$$

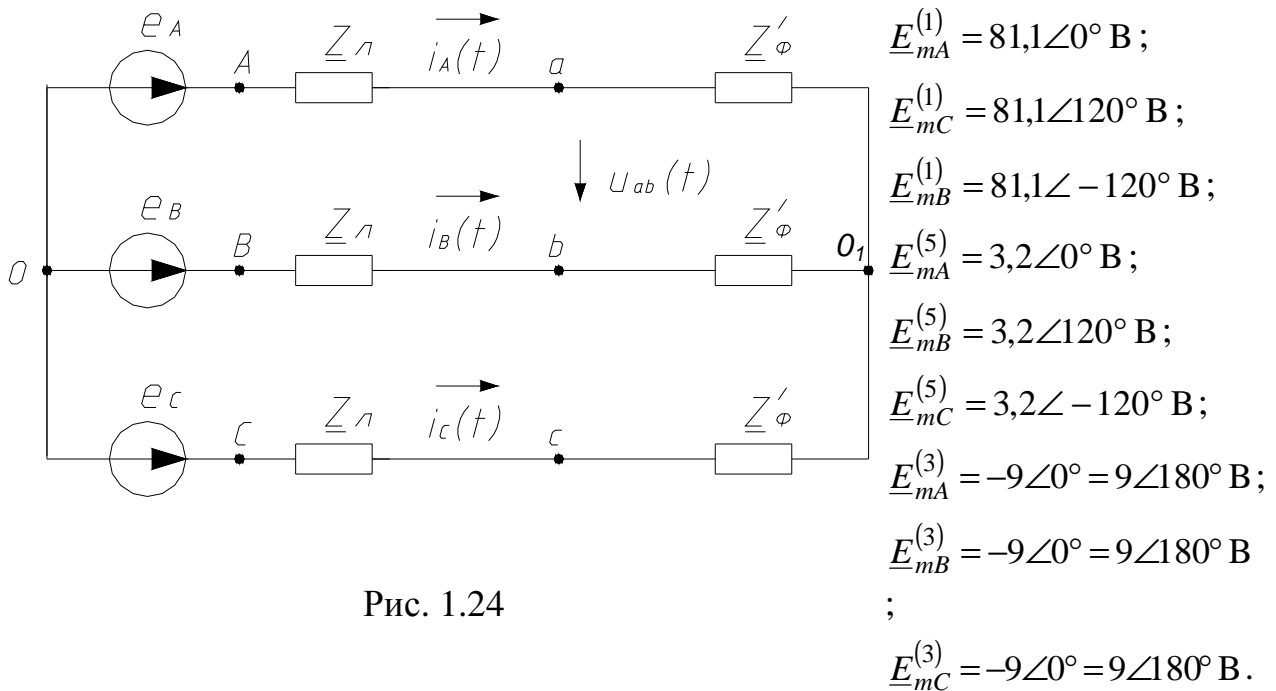
Таким чином, маємо ряд Фур'є, що містить непарні (1, 3, 5...) синусні складові.

У даному варіанті маємо з'єднання "зірка-трикутник", тому в струмі будуть відсутні гармоніки, кратні трьом (вони присутні тільки в схемах, де є з'єднання навантаження «зіркою» та нульовий провід). Також треба відзначити, що у вихідній схемі присутні втрати в лініях, тому $u_{AB}(\omega t) \neq u_{ab}(\omega t)$, $u_{BC}(\omega t) \neq u_{bc}(\omega t)$, $u_{CA}(\omega t) \neq u_{ca}(\omega t)$.

Для розрахунку подібних схем необхідно перетворити "трикутник" навантаження на еквівалентну "зірку" (рис.1.24) і знайти лінійний струм: $i_A(\omega t)$, $i_B(\omega t)$, $i_C(\omega t)$. Потім за другим законом Кірхгофа знайти напругу на фазах навантаження: $u_{ab}(\omega t)$, $u_{bc}(\omega t)$, $u_{ca}(\omega t)$ (рис. 1.24). Остаточо знаходять фазний струм $i_{ab}(\omega t)$, $i_{bc}(\omega t)$, $i_{ca}(\omega t)$ за законом Ома.

Навантаження фаз симетричне, тому для прямого і зворотного чергування фаз (відповідно 1 і 5 гармоніки) напруга зміщення нейтралі дорівнює нулю.

1.4.2. Комплекси амплітудних значень фазних ЕРС і лінійна напруга окремих гармонік:



$$\begin{aligned} \underline{U}_{mAB}^{(1)} &= \underline{E}_{mA}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ \text{ В}; \quad \underline{U}_{mBC}^{(1)} = \underline{E}_{mB}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ \text{ В}; \quad \underline{U}_{mCA}^{(1)} = \underline{E}_{mC}^{(1)} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ \text{ В}; \\ \underline{U}_{mAB}^{(2)} &= \underline{E}_{mA}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ \text{ В}; \quad \underline{U}_{mBC}^{(2)} = \underline{E}_{mB}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ \text{ В}; \quad \underline{U}_{mCA}^{(2)} = \underline{E}_{mC}^{(2)} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ \text{ В}; \\ \underline{U}_{mAB}^{(3)} &= \underline{U}_{mBC}^{(3)} = \underline{U}_{mCA}^{(3)} = 0 \text{ В}. \end{aligned}$$

1.4.3. Розрахунок першої гармоніки

Опір віток кола, Ом:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A^{(1)} &= \underline{Z}_B^{(1)} = \underline{Z}_C^{(1)} = \underline{Z}_{\dot{e}}^{(1)} = R + j \cdot \omega \cdot L = 5,24 \angle 36,8^\circ; \\ \underline{Z}_{ab}^{(1)} &= \underline{Z}_{bc}^{(1)} = \underline{Z}_{ca}^{(1)} = \underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \cdot 63,69 = 63,69 \angle -90^\circ; \\ \underline{Z}_{\hat{o}}^{/(1)} &= \frac{\underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)} \cdot \underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)}}{\underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)} + \underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)} + \underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)}} = \frac{\underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)2}}{3 \cdot \underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)}} = \frac{\underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)}}{3} = 21,23 \angle -90^\circ = -j \cdot 21,23. \end{aligned}$$

Комплекси лінійного струму кола (рис.1.24), А:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{mA}^{(1)} &= \frac{\underline{E}_{mA}^{(1)}}{\underline{Z}_{\dot{e}}^{(1)} + \underline{Z}_{\hat{o}}^{/(1)}} = 4,37 \angle 76,9^\circ; \quad \underline{I}_{mB}^{(1)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(1)}}{\underline{Z}_{\dot{e}}^{(1)} + \underline{Z}_{\hat{o}}^{/(1)}} = 4,37 \angle -43,1^\circ; \\ \underline{I}_{mC}^{(1)} &= \frac{\underline{E}_{mC}^{(1)}}{\underline{Z}_{\dot{e}}^{(1)} + \underline{Z}_{\hat{o}}^{/(1)}} = 4,37 \angle -163,1^\circ. \end{aligned}$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mB}^{(1)} + \underline{I}_{mC}^{(1)} = 0$ (для перевірки треба перевести струм в алгебраїчну форму).

Комплекси напруги на фазах навантаження (за другим законом Кірхгофа):

$$\underline{U}_{mab}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} \cdot \underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)} - \underline{I}_{mB}^{(1)} \cdot \underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)} = \underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)} \cdot (\underline{I}_{mA}^{(1)} - \underline{I}_{mB}^{(1)}) = 160,71 \angle 16,9^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mbc}^{(1)} = 160,71 \angle -103,1^\circ \text{ В}; \quad \underline{U}_{mca}^{(1)} = 160,71 \angle 136,9^\circ \text{ В}.$$

Комплекси фазного струму кола, А:

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mab}^{(1)}}{\underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)}} = 2,52 \angle 106,9^\circ; \quad \underline{I}_{mbc}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mbc}^{(1)}}{\underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)}} = 2,52 \angle -13,1^\circ; \quad \underline{I}_{mca}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{mca}^{(1)}}{\underline{Z}_{\hat{o}}^{(1)}} = 2,52 \angle -133,1^\circ.$$

Перевірка: $\underline{I}_{mab}^{(1)} = \underline{I}_{mA}^{(1)} + \underline{I}_{mca}^{(1)}$ і т.п.

В даному випадку, враховуючи те, що навантаження симетричне, можна спростити розрахунок фазного струму і використовувати формулу (для прямого чергування фаз):

$$\underline{I}_{m\check{e}}^{(1)} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_{m\hat{o}}^{(1)} \angle -30^\circ \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_{m\hat{o}}^{(1)} = \frac{\underline{I}_{m\check{e}}^{(1)}}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ.$$

Використаємо цю формулу для перевірки одного струму:

$$\underline{I}_{mab}^{(1)} = \frac{\underline{I}_{mA}^{(1)}}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ = \frac{4,37 \angle 76,9^\circ}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ = 2,52 \angle 106,9^\circ \text{ А}.$$

Миттєві значення струму віток кола, А:

$$\begin{aligned} i_A^{(1)} &= 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t + 76,9^\circ); & i_B^{(1)} &= 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t - 43,1^\circ); \\ i_C^{(1)} &= 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t - 163,1^\circ); & i_{ab}^{(1)} &= 2,52 \cdot \sin(314 \cdot t + 106,9^\circ); \\ i_{bc}^{(1)} &= 2,52 \cdot \sin(157 \cdot t - 13,1^\circ); & i_{ca}^{(1)} &= 2,52 \cdot \sin(314 \cdot t - 133,1^\circ). \end{aligned}$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mmn}^{(1)} = \underline{U}_{mba}^{(1)} = -\underline{U}_{mab}^{(1)} = 160,71 \angle -163,1^\circ \text{ В}.$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(1)} = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t - 163,1^\circ) \text{ В}.$$

1.4.4. Розрахунок п'ятої гармоніки

Опір віток кола, Ом:

$$\underline{Z}_A^{(5)} = \underline{Z}_B^{(5)} = \underline{Z}_C^{(5)} = \underline{Z}_{\check{e}}^{(5)} = R + j \cdot 5\omega \cdot L = 16,25 \angle 75^\circ;$$

$$\underline{Z}_{ab}^{(5)} = \underline{Z}_{bc}^{(5)} = \underline{Z}_{ca}^{(5)} = \underline{Z}_{\hat{o}}^{(5)} = -j \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} = -j \cdot 12,74 = 12,74 \angle -90^\circ;$$

$$\underline{Z}_{\hat{o}}^{(5)} = \frac{\underline{Z}_{\hat{o}}^{(5)} \cdot \underline{Z}_{\hat{o}}^{(5)}}{\underline{Z}_{\hat{o}}^{(5)} + \underline{Z}_{\hat{o}}^{(5)} + \underline{Z}_{\hat{o}}^{(5)}} = \frac{\underline{Z}_{\hat{o}}^{(5)}}{3} = 4,25 \angle -90^\circ = -j \cdot 4,25.$$

Комплекси лінійного струму кола, А:

$$\underline{I}_{mA}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mA}^{(5)}}{\underline{Z}_{\check{e}}^{(5)} + \underline{Z}_{\hat{o}}^{(5)}} = 0,26 \angle -69,9^\circ = (0,089 - j \cdot 0,244);$$

$$\underline{I}_{mB}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mB}^{(5)}}{\underline{Z}_{\dot{e}}^{(5)} + \underline{Z}_{\dot{o}}^{(5)}} = 0,26 \angle 50,1^\circ = (0,167 + j \cdot 0,199);$$

$$\underline{I}_{mC}^{(5)} = \frac{\underline{E}_{mC}^{(5)}}{\underline{Z}_{\dot{e}}^{(5)} + \underline{Z}_{\dot{o}}^{(5)}} = 0,26 \angle 170,1^\circ = (-0,256 + j \cdot 0,045).$$

Перевірка: $\underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mB}^{(5)} + \underline{I}_{mC}^{(5)} = 0.$

Комплекси напруги на фазах навантаження (за другим законом Кірхгофа):

$$\underline{U}_{mab}^{(5)} = \underline{I}_{mA}^{(5)} \cdot \underline{Z}_{\dot{o}}^{(5)} - \underline{I}_{mB}^{(5)} \cdot \underline{Z}_{\dot{o}}^{(5)} = \underline{Z}_{\dot{o}}^{(5)} \cdot (\underline{I}_{mA}^{(5)} - \underline{I}_{mB}^{(5)}) = 1,91 \angle 170^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_{mbc}^{(5)} = 1,91 \angle -70^\circ \text{ В}; \quad \underline{U}_{mca}^{(5)} = 1,91 \angle 50^\circ \text{ В}.$$

Комплекси фазного струму кола, А:

$$\underline{I}_{mab}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mab}^{(5)}}{\underline{Z}_{\dot{o}}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle 170^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle -100^\circ = (-0,026 - j \cdot 0,148);$$

$$\underline{I}_{mbc}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mbc}^{(5)}}{\underline{Z}_{\dot{o}}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle -70^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle 20^\circ = (0,141 + j \cdot 0,051);$$

$$\underline{I}_{mca}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{mca}^{(5)}}{\underline{Z}_{\dot{o}}^{(5)}} = \frac{1,91 \angle 50^\circ}{12,74 \angle -90^\circ} = 0,15 \angle 140^\circ = (-0,115 + j \cdot 0,096).$$

Перевірка: $\underline{I}_{mab}^{(5)} = \underline{I}_{mA}^{(5)} + \underline{I}_{mca}^{(5)}$ і т.п.

Як і для першої гармоніки, враховуючи те, що навантаження симетричне, можна спростити розрахунок фазних струмів і використовувати формулу (для зворотного чергування фаз):

$$\underline{I}_{m\ddot{e}}^{(5)} = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_{m\dot{o}}^{(5)} \angle 30^\circ \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_{m\dot{o}}^{(5)} = \frac{\underline{I}_{m\ddot{e}}^{(5)}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ.$$

Використаємо цю формулу для перевірки якогось одного зі струму:

$$\underline{I}_{mab}^{(5)} = \frac{\underline{I}_{mA}^{(5)}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = \frac{0,26 \angle -69,9^\circ}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \approx 0,15 \angle -100^\circ \text{ А}.$$

Аналогічно для струмів $\underline{I}_{mbc}^{(5)}$ та $\underline{I}_{mca}^{(5)}$.

Миттєві значення струму віток кола, А:

$$i_A^{(5)} = 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t - 69,9^\circ); \quad i_B^{(5)} = 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t + 50,1^\circ);$$

$$i_C^{(5)} = 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t + 170,1^\circ); \quad i_{ab}^{(5)} = 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t - 100^\circ);$$

$$i_{bc}^{(5)} = 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t + 20^\circ); \quad i_{ca}^{(5)} = 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t + 140^\circ).$$

Комплекс напруги між точками m і n :

$$\underline{U}_{mn}^{(5)} = \underline{U}_{mba}^{(5)} = -\underline{U}_{mab}^{(5)} = -1,91 \angle 170^\circ = 1,91 \angle -10^\circ \text{ В.}$$

Миттєве значення напруги між точками m і n :

$$u_{mn}^{(5)} = 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t - 10^\circ) \text{ В.}$$

1.4.5. Миттєві значення струму і напруги (за принципом накладання)

Миттєві значення струму, А:

$$i_A(\omega t) = i_A^{(1)} + i_A^{(5)} = 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t + 76,9^\circ) + 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t - 69,9^\circ);$$

$$i_B(\omega t) = i_B^{(1)} + i_B^{(5)} = 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t - 43,1^\circ) + 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t + 50,1^\circ);$$

$$i_C(\omega t) = i_C^{(1)} + i_C^{(5)} = 4,37 \cdot \sin(314 \cdot t + 76,9^\circ) + 0,26 \cdot \sin(1570 \cdot t + 170,1^\circ);$$

$$i_{ab}(\omega t) = i_{ab}^{(1)} + i_{ab}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin(314 \cdot t + 106,9^\circ) + 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t - 100^\circ);$$

$$i_{bc}(\omega t) = i_{bc}^{(1)} + i_{bc}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin(157 \cdot t - 13,1^\circ) + 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t + 20^\circ);$$

$$i_{ca}(\omega t) = i_{ca}^{(1)} + i_{ca}^{(5)} = 2,52 \cdot \sin(314 \cdot t - 133,1^\circ) + 0,15 \cdot \sin(1570 \cdot t + 140^\circ).$$

Миттєві значення напруги, В:

$$u_{mn}(\omega t) = u_{mn}^{(1)} + u_{mn}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t - 163,1^\circ) + 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t - 10^\circ);$$

$$u_{ab}(\omega t) = u_{ab}^{(1)} + u_{ab}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t + 16,9^\circ) + 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t + 170^\circ);$$

$$u_{bc}(\omega t) = u_{bc}^{(1)} + u_{bc}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t - 103,1^\circ) + 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t - 70^\circ);$$

$$u_{ca}(\omega t) = u_{ca}^{(1)} + u_{ca}^{(5)} = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t + 136,9^\circ) + 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t + 50^\circ).$$

1.4.6. Діючі значення струму і напруги

Діючі значення струму, А:

$$I_A = I_B = I_C = \sqrt{\left(\frac{I_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 3,1; I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \sqrt{\left(\frac{I_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{mab}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,79.$$

Діючі значення напруги, В:

$$U_{mn} = \sqrt{\left(\frac{U_{mn}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mn}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 113,65;$$

$$U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = \sqrt{\left(\frac{U_{mab}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{mab}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 113,65;$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{\left(\frac{E_{mA}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(3)}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{mA}^{(5)}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 57,74 \text{ В.}$$

1.4.7. Потужності трифазної системи з негармонійними джерелами живлення.

Активна потужність:

$$P = 3 \cdot I_A^2 \cdot R = 3 \cdot 3,1^2 \cdot 4,2 = 121,09 \text{ Вт}.$$

Реактивна потужність:

$$Q = 3 \cdot \left[I_A^{(1)2} \cdot \omega \cdot L + I_A^{(5)2} \cdot 5\omega \cdot L - I_{ab}^{(1)2} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} - I_{ab}^{(5)2} \cdot \frac{1}{5\omega \cdot C} \right] = -515,58 \text{ ВА} \cdot \text{д}.$$

Повна потужність: $S = 3 \cdot E_A \cdot I_A = 536,98 \text{ ВА}.$

Потужність викривлення: $T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = 88,67 \text{ ВА}.$

1.4.8. Коефіцієнти, що характеризують роботу трифазної системи з негармонійними джерелами живлення.

$$\text{Коефіцієнт викривлення: } k_e = \frac{T}{S} = \frac{88,67}{536,98} = 0,165.$$

Еквівалентний коефіцієнт потужності системи:

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{S} = \frac{121,09}{536,98} = 0,226.$$

1.4.9. Побудова графіка миттєвого значення напруги між точками m і n .

Необхідно побудувати графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ за знайденим аналітичним виразом:

$$u_{mn}(\omega t) = 160,71 \cdot \sin(314 \cdot t - 163,1^\circ) + 1,91 \cdot \sin(1570 \cdot t - 10^\circ) \text{ В}.$$

Графік миттєвого значення напруги $u_{mn}(\omega t)$ представлений на рис.1.25 (п'яту гармоніку в даному масштабі побудувати практично немає можливості).

1.5 Контрольні запитання до першої частини розрахунково-графічної роботи №2:

- 1) Дайте визначення періодичного несинусоїдного струму і напруги та вкажіть режими роботи електричних кіл, що призводять до виникнення несинусоїдних струму і напруги.
- 2) Поясніть, як проводять розклад в ряд Фур'є кривих геометрично неправильної форми.
- 3) Вкажіть особливості періодичних несинусоїдних кривих, що мають деякі види симетрії.
- 4) Дайте визначення середніх й діючих значень несинусоїдного струму і напруги.
- 5) Дайте визначення активної, реактивної, повної потужності і потужності викривлення несинусоїдного струму.
- 6) Поясніть, як здійснюється розрахунок струму й напруги в колах, де діють несинусоїдні джерела напруги або струму та вкажіть на особливості цього розрахунку.
- 9) Поясніть особливості роботи трифазних систем, що викликані гармоніками,

кратними трьома: розрахунок схеми „зірка-зірка” без нульового проводу (симетричне й несиметричне навантаження), розрахунок схеми „зірка-зірка” з нульовим проводом (симетричне й несиметричне навантаження).

Графік миттєвого значення напруги $u_{ba}(wt)$

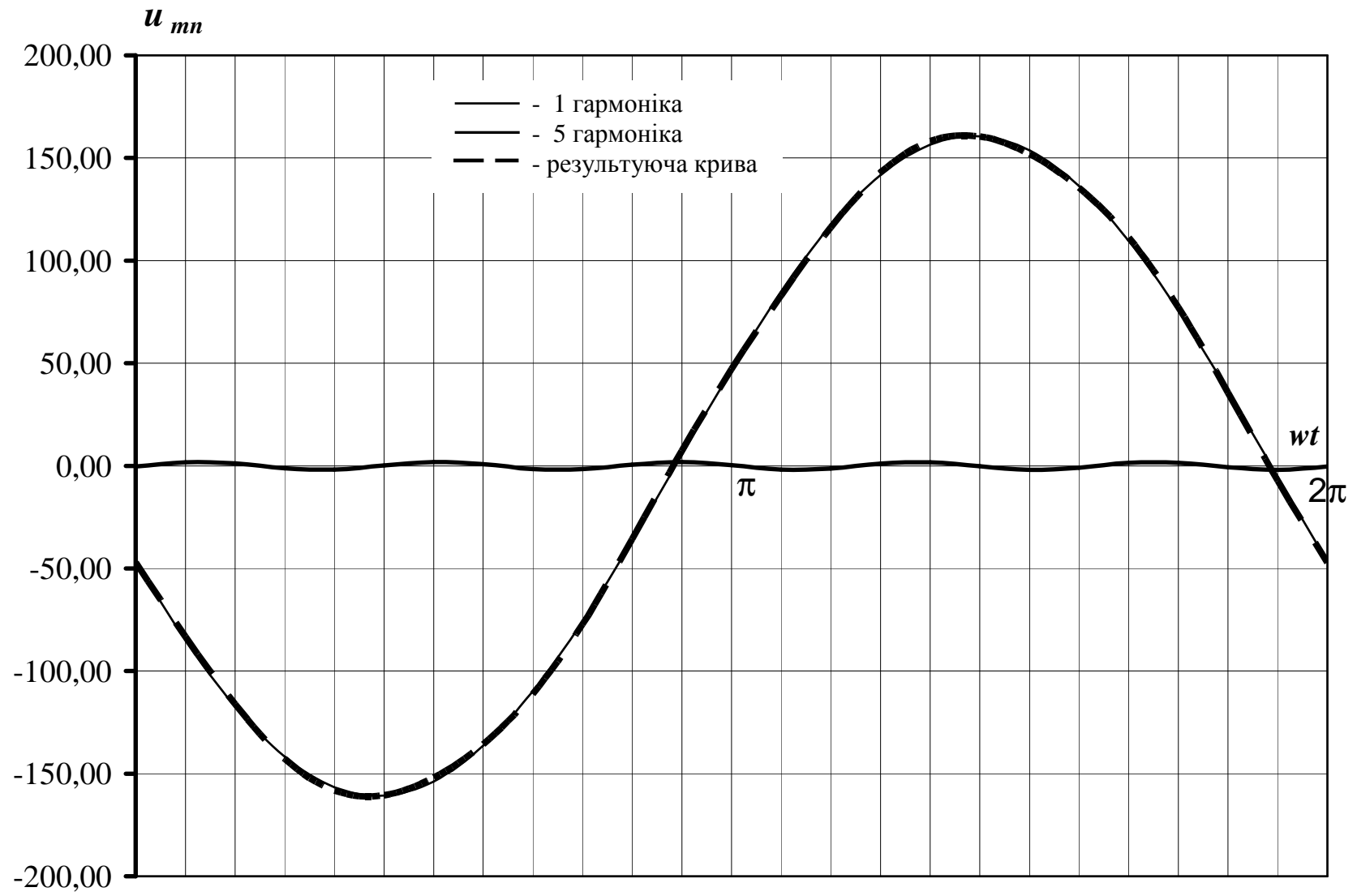


Рис. 1.25

Побудова векторно-топографічної діаграми напруги та струму трифазного кола (рис.1.26) полягає в наступному:

-

31

2. РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2 (ЧАСТИНА II)

АНАЛІЗ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Мета завдання:

- вивчити методику дослідження лінійних електричних кіл у перехідному режимі за допомогою класичного та операторного методів;
- навчитися визначати струм всіх віток кола за допомогою класичного методу;
- навчитися визначати струм однієї з віток чи напругу на окремій ділянці розгалуженого кола постійного струму в перехідному режимі за допомогою операторного методу;
- навчитися будувати графік залежності струму однієї з віток чи напруги на окремій ділянці у функції часу.

2.1. Підготовка до роботи:

2.2.1. Накреслити схему кола відповідно до свого варіанта (рис.2.1 ÷ 2.20). Записати вихідні дані для розрахунку (табл.2.1).

2.2.2. Вказати позитивні напрямки струму віток у схемі, яку досліджують. Позначити також позитивний напрямок напруги на реактивних елементах кола та, якщо потрібно, напрямок напруги на тій ділянці кола, що вказана в вихідних даних.

2.2.3. Якщо схема містить дві ємності, то значення ємності C_2 приймається таким: $C_2 \Rightarrow \infty$, тобто вітка з цим елементом вилучається з розрахункової схеми.

2.2.4. Якщо схема містить дві індуктивності, то значення індуктивності L_2 приймається таким: $L_2 = 0$, тобто ділянка розрахункової схеми з цим елементом має нульовий опір.

Примітка. На схемах вказані положення ключів у схемі до комутації.

2.3. Робоче завдання до другої частини РГР № 2:

- класичним методом визначити миттєві значення струмів усіх віток кола та напруг на накопичувачах при перехідному процесі;
- за допомогою операторного методу визначити миттєве значення струму чи напруги при перехідному процесі, вказаних в таблиці відповідно до варіанту, та порівняти отриманий закон цієї величини із законом, який знайдено за допомогою класичного методу;
- побудувати графік миттєвого значення величини, що визначена в п.2 відповідно до варіанту, в перехідному режимі в інтервалі часу від $t=0$ до

$t = 3 \cdot \tau = \frac{3}{|p_{\min}|}$, де p_{\min} - менший за модулем корінь характеристичного рівняння, якщо корені характеристичного рівняння дійсні й різні), або якщо корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені, то в інтервалі часу від $t=0$ до $t = \frac{T}{8} = \frac{2\pi}{8 \cdot \omega}$ (T – період коливального перехідного процесу, ω – частота вільних коливань).

Примітка: для побудови графіка треба прорахувати значення потрібної величини для декількох моментів часу в цьому інтервалі (8-10 значень).

2.4. Загальні відомості

Включення, відключення, переключення активних і пасивних віток електричних кіл, зміна їх параметрів та інші комутаційні процеси обумовлюють зміну струму і напруги на окремих ділянках кіл. При цьому перехід струму і напруги від одних значень до інших в колах з індуктивностями та ємностями відбувається не миттєво, а протягом деякого часу. Практично цей час становить частки секунд, а теоретично дорівнює нескінченності. Процес переходу електричного кола від одного режиму до іншого, обумовлений зміною її параметрів, називають *перехідним процесом*.

Перехідні процеси підпорядковані *двом законам комутації*, відповідно до яких струм і магнітний потік у вітці з індуктивністю, а також заряд та напруга на ємності в момент комутації зберігають ті значення, які вони мали безпосередньо до комутації, і далі починають змінюватися безпосередньо з цих значень.

Вирішити задачу по перехідному процесу – це знайти закон зміни $i(t)$, або $u(t)$ на окремих ділянках кола. Існують три методи, щоб знайти струм або напругу при перехідному процесі, а саме:

- класичний;
- операторний;
- за допомогою інтеграла Дюамеля.

Теоретично перехідний процес вважається нескінченним; комутації - проходять миттєво; момент комутації - це момент « $t = 0$ », момент перед комутацією - « $t=0-$ »; а момент відразу після миттєвої комутації - « $t=0+$ ».

Струм і напругу перехідного процесу відповідно до класичного методу можна розглядати як ті, що складаються відповідно із струму і напруги примусового режиму та струму і напруги вільного режиму:

$$i(t) = i_{\text{вд}} + i_a; \quad (2.1)$$

$$u(t) = u_{i\delta} + u_{\hat{a}}. \quad (2.2)$$

де u_{np}, i_{np} - примусові складові напруги чи струму, які є напругами та струмами від зовнішньої примусової сили (джерел) в режимі після комутації ($t \rightarrow \infty$, тобто вважаємо, що перехідний процес закінчився);

$u_{\epsilon}, i_{\epsilon}$ - вільні складові напруги чи струму, що обумовлені зміною енергії індуктивності та ємності.

Слід відзначити, що тема „Перехідні процеси” є важливою, досить складною та об’ємною. Тому обмежимося в цих методичних вказівках тільки коротким оглядом *класичного* та *операторного* методів розрахунку перехідних процесів.

Порядок розрахунку перехідних процесів класичним методом.

1. Довільно направляємо струм у вітках.
2. Записуємо для кожного струму та напруги загальне рішення у вигляді (2.1), (2.2).
3. Визначаємо початкові умови - незалежні та залежні.

Під початковими умовами розуміють значення величин струму та напруги в момент $t = 0$. Поділяють їх на:

- *незалежні початкові умови* – це значення перехідних струму у індуктивних елементах та напруги на ємнісних елементах в момент $t = 0$, ці значення відомі з докомутаційного режиму та стрибками змінитися не можуть (за законами комутації);

- *залежні початкові умови* - це значення інших струмів та напруг, які знаходять шляхом складання системи рівнянь за законами Кірхгофа для кола після комутації та моменту часу $t = 0$.

4. Знаходимо примусові складові струмів і напруг шляхом розрахунку схеми в режимі після комутації ($t \rightarrow \infty$, тобто вважаємо, що перехідний процес закінчився).

5. Складаємо характеристичне рівняння (метод вхідного опору або головного визначника).

Відповідно до методу вхідного опору для отримання характеристичного рівняння складають вираз для опору кола після комутації відносно вітки з джерелом ЕРС в колі синусоїдного струму ($\underline{Z}(j\omega)$). При цьому всі джерела ЕРС закорочують, а джерела струму - розривають. Потім у виразі для $\underline{Z}(j\omega)$ замінюють $j\omega$ на p та прирівнюють вираз до нуля. Рівняння $\underline{Z}(p) = 0$ - це і є характеристичне рівняння.

Вирішуємо характеристичне рівняння та за кількістю і типом коренів за-

писуємо вид вільних складових струму і напруги:

- характеристичне рівняння першого ступеня, вільна складова має вигляд $i_{\hat{a}}(t) = \dot{A} \cdot e^{p \cdot t}$; (2.4)

- характеристичне рівняння другого ступеня та корені рівняння дійсні нерівні числа, вільна складова має вигляд $i_{\hat{n}\hat{a}} = \dot{A}_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + \dot{A}_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}$; (2.5)

- характеристичне рівняння другого ступеня та корені рівняння дійсні рівні числа, вільна складова має вигляд $i_{c\hat{e}} = A_1 \cdot e^{p \cdot t} + A_2 \cdot t \cdot e^{p \cdot t}$; (2.6)

- характеристичне рівняння другого ступеня та корені рівняння комплексно-спряжені числа ($p_{1,2} = -\delta \pm j \cdot \omega_0$, де δ , ω_0 – відповідно коефіцієнт згасання і кутова частота вільних коливань), вільна складова має вигляд $i_{\hat{n}\hat{a}} = \dot{A} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \alpha)$. (2.7)

6. Визначаємо постійні інтегрування за допомогою незалежних і залежних початкових умов.

Якщо характеристичне рівняння першого ступеня, тобто $i_{c\hat{e}}$ має вигляд (2.4), то використовують незалежну початкову умову $i(0)$, а саме:

$$i(0) = i_{np}(0) + A \cdot e^{p \cdot 0} = i_{np}(0) + A \Rightarrow A = i(0) - i_{np}(0). \quad (2.8)$$

Якщо характеристичне рівняння другого ступеня, то можливі три випадки.

Корені рівняння дійсні нерівні числа ($p_1 \neq p_2$), тобто $i_{c\hat{e}}$ має вигляд (2.5). В цьому випадку необхідно мати значення струму $i(t)$ та значення $\frac{di}{dt}$ в нульовий

момент часу - $i(0)$ та $\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0}$. Для визначення A_1 і A_2 вирішуємо спільно рівняння

$$\begin{cases} i(0) = i_{np}(0) + A_1 + A_2 \\ \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{di_{np}}{dt} \right|_{t=0} + A_1 \cdot p_1 + A_2 \cdot p_2 \end{cases} \quad (2.9)$$

Корені рівняння дійсні рівні числа ($p_1 = p_2 = p$), тобто $i_{c\hat{e}}$ має вигляд (2.6).

Для визначення A_1 і A_2 при відомих значеннях $i(0)$ та $\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0}$ вирішуємо спільно рівняння

$$\begin{cases} i(0) = i_{np}(0) + A_1 \\ \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{di_{np}}{dt} \right|_{t=0} + A_1 \cdot p + A_2 \end{cases} \quad (2.10)$$

Корені рівняння комплексно-спряжені числа тобто $i_{c\hat{e}}$ представлено в ви-

гляді (2.7), в цьому випадку значення A_1 і A_2 при відомих значеннях $i(0)$

та $\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0}$ отримують після спільного вирішення рівнянь

$$\begin{cases} i(0) = i_{np}(0) + A \cdot \sin \alpha \\ \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{di_{np}}{dt} \right|_{t=0} + A \cdot (-\delta) \cdot \sin \alpha + A \cdot \omega_0 \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad (2.11)$$

В пункті 2.4 представлені деякі ключові моменти розрахунку в загальному вигляді.

В основі *операторного* методу розрахунку перехідних процесів лежить поняття зображення функцій часу, тобто кожній функції часу відповідає функція нової змінної, що позначається буквою p , і навпаки – функції змінної p відповідає функція часу.

Перехід від функції часу до функції p здійснюють за допомогою перетворення (прямого) Лапласа: таким чином, операторний метод розрахунку перехідних процесів заснований на перетворенні Лапласа:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt, \quad (2.12)$$

де $f(t)$ - функція часу (струм, напруга, заряд, ЕРС), оригінал;

$F(p)$ - зображення оригіналу; визначається за формулою (2.12);

p - комплексне число, $p = a + j \cdot b$.

Стисло відповідність між функціями $F(p)$ та $f(t)$ записують так:

$$F(p) \doteq f(t).$$

Наведемо зображення деяких найпростіших функцій:

$$1. \text{Зображення сталої } f(t) = A \Rightarrow A \doteq \frac{A}{p}.$$

$$2. \text{Зображення показової функції } f(t) = e^{\alpha t} \Rightarrow e^{\alpha t} \doteq \frac{1}{p - \alpha}.$$

Як результат, зображення синусоїдного струму $i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ -

$$\left[I_m \cdot e^{j \cdot (\omega t + \varphi)} = \underline{I}_m \cdot e^{j \cdot \omega t} \right] \doteq \frac{\underline{I}_m}{p - j \cdot \omega}, \text{ де } \underline{I}_m = I_m \cdot e^{j \cdot \varphi} - \text{комплексна амплітуда струму.}$$

$$3. \text{Зображення першої похідної} \Rightarrow \frac{df(t)}{dt} \doteq p \cdot F(p) - f(0), \text{ де } f(0) - \text{значення функції } f(t) \text{ при } t = 0 \text{ дорівнює.}$$

Як наслідок, зображення напруги на індуктивності

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} \doteq L \cdot p \cdot I(p) - L \cdot i(0),$$

де $I(p)$ - зображення струму $i(t)$;

$i(0)$ - значення функції $i(t)$ при $t = 0$.

$L \cdot i(0)$ - внутрішня ЕРС, яка обумовлена запасом енергії магнітного поля в магнітному полі індуктивності до комутації внаслідок проходження через неї струму $i(0)$ в момент $t = 0$.

4. Зображення інтеграла $\Rightarrow \int_0^t f(t) dt \doteq \frac{F(p)}{p}$. Як наслідок, зображення напруги

$$\text{на ємності} - u_C(t) = U_C(0) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i dt \doteq \frac{I(p)}{Cp} + \frac{U_C(0)}{p},$$

де $U_C(0)$ - значення функції $u_C(t)$ при $t = 0$,

$\frac{U_C(0)}{p}$ - внутрішня ЕРС, обумовлена запасом енергії електричного поля у

ємності до комутації внаслідок напруги $U_C(0)$ на ній в момент $t = 0$.

Інші найпростіші операторні співвідношення подані у математичних довідниках.

При розрахунку операторних схем користуються деякими теоремами та граничними співвідношеннями.

1. Теорема зсуву в сфері оригіналів (запізнювання):

якщо $f(t) \doteq F(p)$, то $f(t - \tau) \doteq e^{-p \cdot \tau} F(p)$.

2. Теорема зсуву в сфері зображення:

якщо $f(t) \doteq F(p)$, то $F(p - \alpha) \doteq e^{\alpha t} \cdot f(t)$.

3. Теорема про зміни масштабу (теорема подібності):

якщо $F(p) \doteq f(t)$, то $f(\alpha t) \doteq \frac{1}{\alpha} \cdot F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$.

4. Знаходження початкового значення функції $f(0)$ за зображенням функції $F(p)$: якщо $F(p) \doteq f(t)$, то $f(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} (p \cdot F(p))$.

5. Знаходження встановленого значення функції часу $f(\infty)$ за зображенням функції $F(p)$: якщо $F(p) \doteq f(t)$, то $f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot F(p))$.

Враховуючи на те, що операторні схеми заміщення підпорядковуються законам Ома та Кірхгофа в операторній формі, то операторні струм та напругу можна розраховувати будь-яким методом.

В результаті розрахунку операторний струм $I(p)$ може являти собою співвідношення двох поліномів, тобто:

$$I(p) = \frac{N(p)}{M(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}, \quad (n < m \text{ в усіх фізично існуючих колах}).$$
 Якщо рівняння $M(p) = 0$ не має кратних дійсних коренів, то перехід від зображення $\frac{N(p)}{M(p)}$ до функції часу виконують за допомогою формули розкладу:

$$\frac{N(p)}{M(p)} \doteq \sum_{k=1}^m \frac{N(p_k)}{M'(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t}, \quad (2.13)$$

де p_k - один з коренів рівняння $M(p) = 0$.

Користуючись формулою розкладання, важливо врахувати:

- формулу розкладання (застосовують при будь-яких формах напруги, яка діє на схему);
- якщо початкові умови не нульові, то до складу полінома $N(p)$ ввійдуть внутрішні ЕРС;

- якщо зображення струму має вигляд $I(p) = \frac{N(p)}{M(p)} = \frac{N(p)}{p \cdot M_1(p)}$, а рівняння другого ступеня $M_1(p) = 0$ має комплексно-спряжені корені, то оригінал струму знаходять за виразом
$$i_2(t) = \frac{N(0)}{M_1(0)} + 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{N(p_1)}{p_1 \cdot M_1(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} \quad (2.14),$$

де $p_1 = -\delta + j \cdot \omega_0$, $i_{i0} = \frac{N(0)}{M_1(0)}$ - примусова складова струму;

- якщо зображення струму має вигляд $I(p) = \frac{N(p)}{M(p)}$, а рівняння другого ступеня $M(p) = 0$ має комплексно-спряжені корені, то струм $i_2(t)$ не матиме примусової складової, а теорема розкладання матиме вигляд:

$$I_2(p) = \frac{N(p)}{M(p)} \doteq i_2(t) = 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{N(p_1)}{M'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t}. \quad (2.15)$$

Послідовність розрахунку в операторному методі.

1. Складають рівняння кола після комутації за законами Кірхгофа в інтегрально – диференціальній формі.
2. Роблять заміну оригіналів відповідними зображеннями.
3. Складають операторну схему заміщення.
4. Користуючись будь-яким методом розрахунку визначають операторні струм та напруг.

5. Переходять від операторного струму та напруги до струму та напруги функції часу (від зображень до оригіналів), користуючись формулами відповідності або формулою розкладу.

Таблиця 2.1 – вихідні данні для виконання РГР №2 (частина 2)

ВАР.	РИС.	Е, В	L ₁ , МГН	C ₁ , МКФ	R ₁ ,	R ₂	R ₃	R ₄	ВИЗНА- ЧИТИ
					ОМ				
1	2.5	100	1	10	20	20	0	2	u_{L_1}
2	2.2	150	2	5	5	10	5	5	i_2
3	2.19	100	1	10	1	3	-	-	i_3
4	2.10	120	1	10	1	2	1	1	i_2
5	2.3	100	5	50	3	8	5	-	u_{C_1}
6	2.1	50	1	1500	2	13	2	3	i
7	2.11	120	10	10	20	80	1000	1000	i_3
8	2.18	200	1	50	2	10	20	8	i_1
9	2.4	100	1	10	50	20	30	-	u_{L_1}
10	2.17	300	5	4	15	20	5	20	i_2
11	2.20	100	1	10	20	17	3	2	i_1
12	2.15	150	4	5	9	10	5	1	u_{L_1}
13	2.6	30	1	2,5	5	10	15	-	i_3
14	2.7	200	10	10	50	50	50	100	u_{R_3}
15	2.12	100	1	10	5	15	4	-	u_{L_1}
16	2.16	50	2	1670	1	2	2	4	i_2
17	2.8	120	10	10	20	80	1000	1000	i_2
18	2.13	120	1	10	12	6	8	4	i_3
19	2.9	200	1	10	10	10	50	30	i_2
20	2.14	50	1	100	3	7	10	10	i_2
21	2.5	100	1	10	20	2	18	2	u_{C_1}
22	2.2	150	2	5	4	10	5	6	i_3
23	2.19	100	1	10	1,5	2,5	-	-	i_2
24	2.10	120	1	10	2	1	1	1	u_{R_3}
25	2.3	100	5	50	6	8	2	-	i_3
26	2.1	50	1	1500	2	13	3	2	u_{L_1}
27	2.11	120	10	10	30	70	1000	1000	i_2
28	2.18	200	1	50	4	10	20	6	i_2
29	2.4	100	1	10	50	10	40	-	i_3
30	2.17	300	5	4	3	20	17	20	i_1
31	2.20	100	1	10	20	8	12	2	u_{L_1}
32	2.15	150	4	5	0	10	5	10	i_1
33	2.6	30	1	2,5	15	10	5	-	i_4
34	2.7	200	10	10	25	75	50	100	u_{C_1}
35	2.12	100	1	10	15	5	4	-	i_3
36	2.16	50	2	1670	1	2	3	3	u_{L_1}

Продовження табл.2.1

ВАР.	РИС.	Е, В	L ₁ , МГН	C ₁ , МКФ	R ₁ ,	R ₂	R ₃	R ₄	ВИЗНА- ЧИТИ
					ОМ				
37	2.8	120	10	10	30	70	1000	1000	i ₃
38	2.13	120	1	10	24	4,8	8	4	i ₂
39	2.9	200	1	10	10	25	50	15	i ₃
40	2.14	50	1	100	4	6	10	10	i ₃
41	2.5	100	1	10	20	10	10	2	u _{dn}
42	2.2	150	2	5	7	10	5	3	u _{L₁}
43	2.19	100	1	10	3	1	-	-	u _{L₁}
44	2.10	120	1	10	1,5	1,5	1	1	u _{L₁}
45	2.3	100	5	50	1	8	7	-	i ₂
46	2.1	50	1	1500	2	13	4	1	u _{C₁}
47	2.11	120	10	10	40	60	1000	1000	u _{L₁}
48	2.18	200	1	50	5	10	20	5	u _{L₁}
49	2.4	100	1	10	50	30	20	-	i ₁
50	2.17	300	5	4	6	20	14	20	u _{L₁}
51	2.20	100	1	10	20	11	9	2	u _{C₁}
52	2.15	150	4	5	3	10	5	7	i ₂
53	2.6	30	1	2,5	12	10	8	-	i ₂
54	2.7	200	10	10	0	100	50	100	u _{L₁}
55	2.12	100	1	10	7	13	4	-	i ₂
56	2.16	50	2	1670	1	2	4	2	u _{C₁}
57	2.8	120	10	10	40	60	1000	1000	u _{L₁}
58	2.13	120	1	10	6	12	8	4	u _{C₁}
59	2.9	200	1	10	10	30	50	10	u _{L₁}
60	2.14	50	1	100	5	5	10	10	u _{L₁}
61	2.5	100	1	10	20	16	4	2	u _{C_f}
62	2.2	150	2	5	10	10	5	0	u _{C₁}
63	2.19	100	1	10	4	0	-	-	u _{C₁}
64	2.10	120	1	10	0	3	1	1	u _{C₁}
65	2.3	100	5	50	4	8	4	-	u _{L₁}
66	2.1	50	1	1500	2	13	5	0	u _{R₁}
67	2.11	120	10	10	50	50	1000	1000	u _{C₁}
68	2.18	200	1	50	3	10	20	7	u _{C₁}
69	2.4	100	1	10	50	35	15	-	i ₂
70	2.17	300	5	4	4	20	16	20	u _{R₁}
71	2.20	100	1	10	20	13	7	2	i ₂

Продовження табл.2.1

ВАР.	РИС.	Е, В	L ₁ , МГН	C ₁ , МКФ	R ₁ ,	R ₂	R ₃	R ₄	ВИЗНА- ЧИТИ
					ОМ				
72	2.15	150	4	5	2	10	5	8	<i>u</i> _{R₁}
73	2.6	30	1	2,5	8	10	12	-	<i>u</i> _{L₁}
74	2.7	200	10	10	75	25	50	100	<i>i</i> ₂
75	2.12	100	1	10	13	7	4	-	<i>u</i> _{C₁}
76	2.16	50	2	1670	1	2	5	1	<i>u</i> _{R₁}
77	2.8	120	10	10	50	50	1000	1000	<i>u</i> _{C₁}
78	2.13	120	1	10	8	8	8	4	<i>u</i> _{L₁}
79	2.9	200	1	10	10	18	50	22	<i>u</i> _{C₁}
80	2.14	50	1	100	6	4	10	10	<i>u</i> _{C₁}
81	2.5	100	1	10	20	15	5	2	<i>i</i>
82	2.2	150	2	5	8	10	5	2	<i>i</i> ₁
83	2.19	100	1	10	2	2	-	-	<i>i</i> ₁
84	2.10	120	1	10	3	0	1	1	<i>i</i> ₁
85	2.3	100	5	50	2	8	6	-	<i>i</i> ₁
86	2.1	50	1	1500	2	13	1	4	<i>i</i> ₁
87	2.11	120	10	10	10	90	1000	1000	<i>i</i> ₁
88	2.18	200	1	50	9	10	20	1	<i>i</i> ₃
89	2.4	100	1	10	50	25	25	-	<i>u</i> _{C₁}
90	2.17	300	5	4	10	20	10	20	<i>u</i> _{C₁}
91	2.20	100	1	10	20	4	16	2	<i>u</i> _{R₂}
92	2.15	150	4	5	6	10	5	4	<i>u</i> _{C₁}
93	2.6	40	1	2,5	10	10	10	-	<i>i</i> ₁
94	2.7	200	10	10	100	0	50	100	<i>i</i> ₁
95	2.12	100	1	10	10	10	4	-	<i>i</i> ₁
96	2.16	50	2	1670	1	2	1	5	<i>i</i> ₁
97	2.8	120	10	10	10	90	1000	1000	<i>i</i> ₁
98	2.13	120	1	10	8	8	8	4	<i>i</i> ₁
99	2.9	200	1	10	10	20	50	20	<i>i</i> ₁
100	2.14	50	1	100	2	8	10	10	<i>i</i> ₁

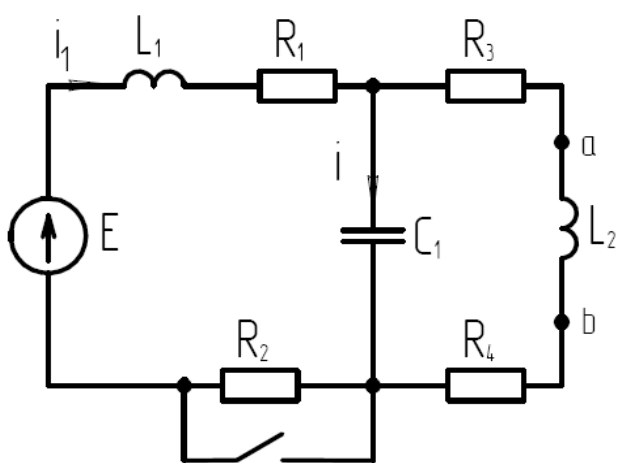


Рис.2.1

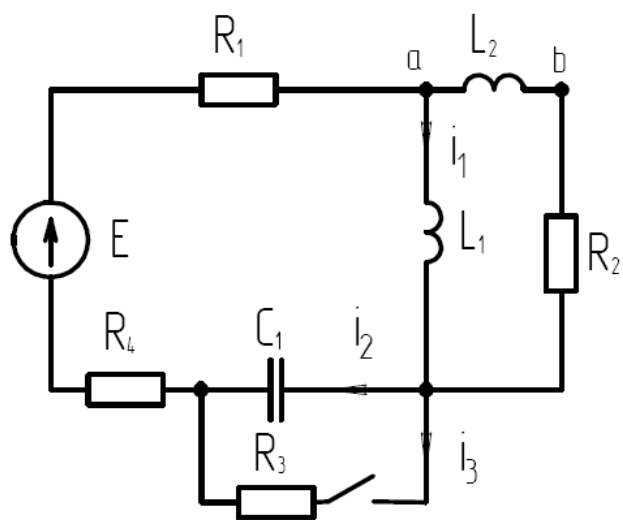


Рис.2.2

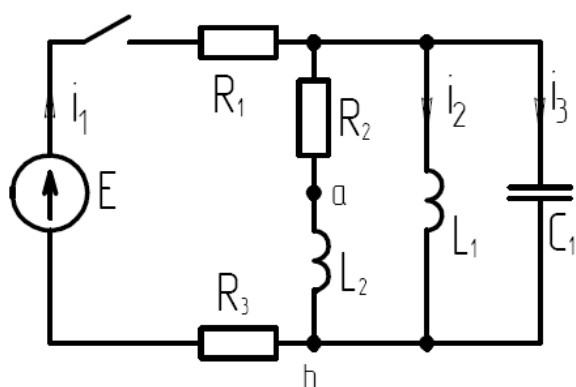


Рис.2.3

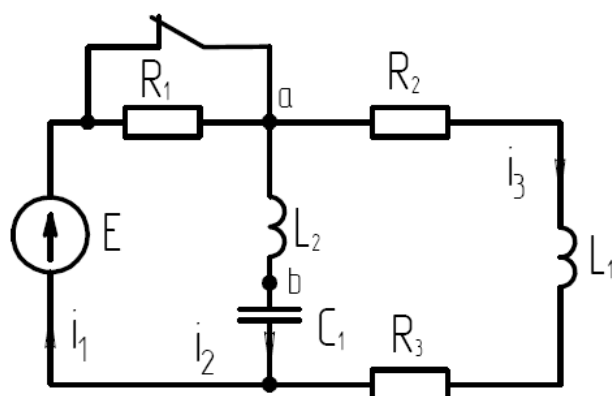


Рис.2.4

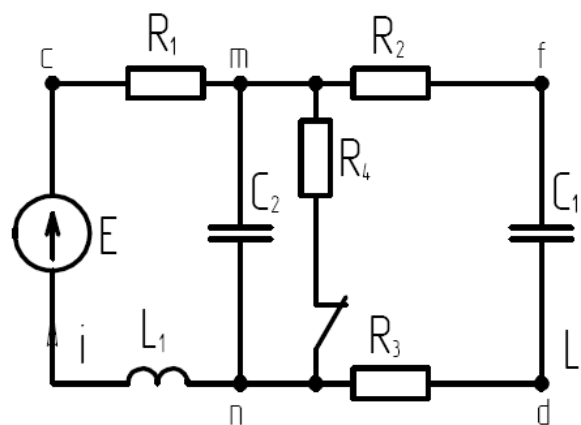


Рис.2.5

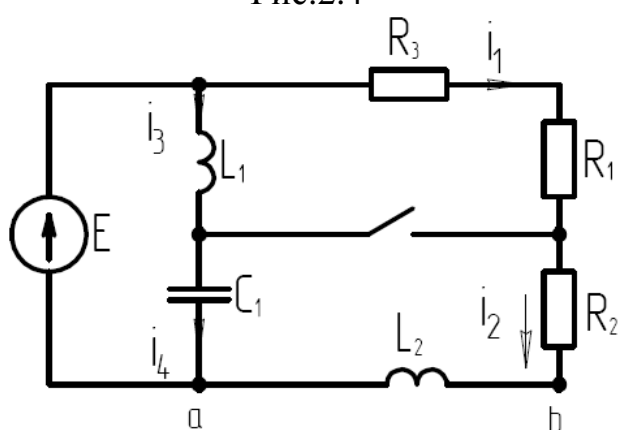


Рис.2.6

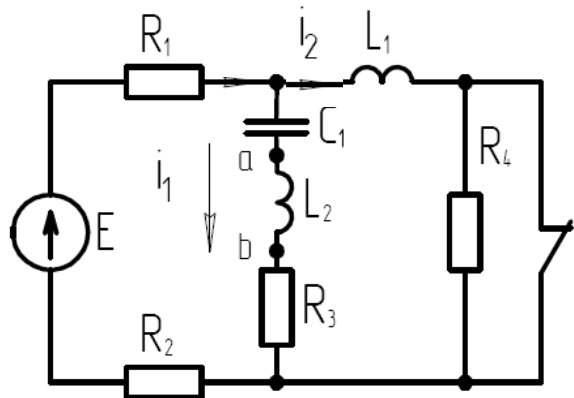


Рис.2.7

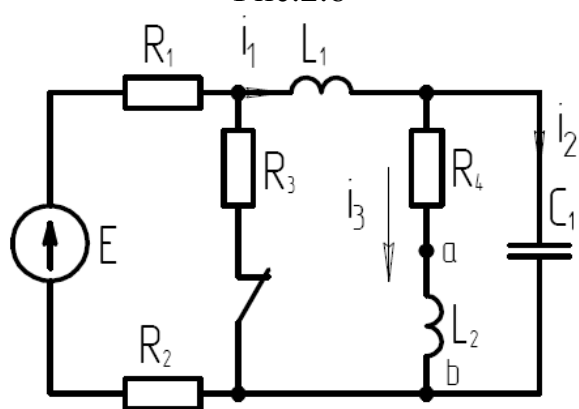


Рис.2.8

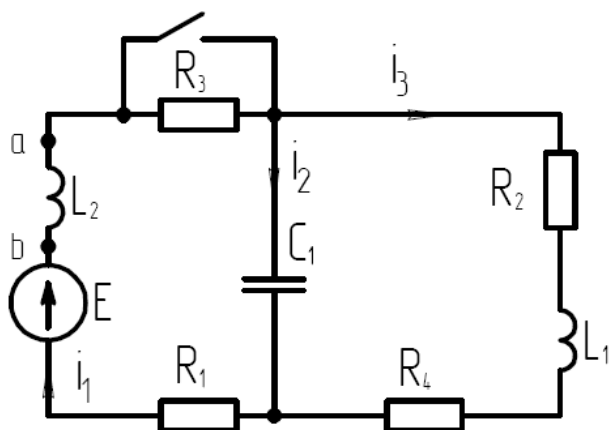


Рис.2.9

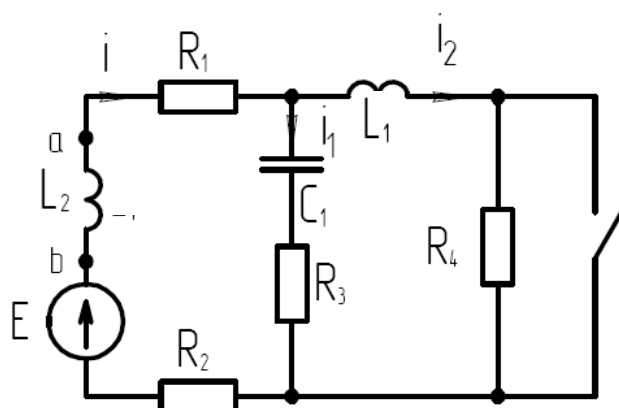


Рис.2.10

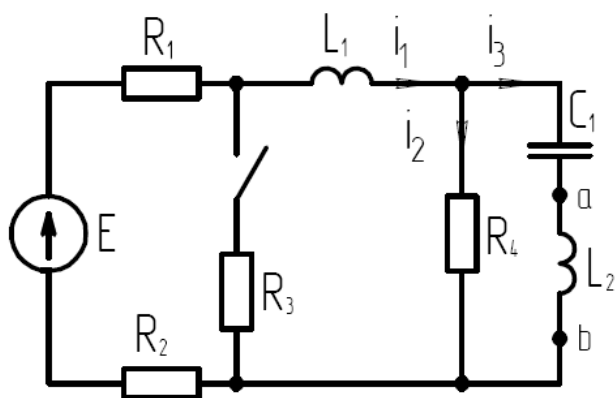


Рис.2.11

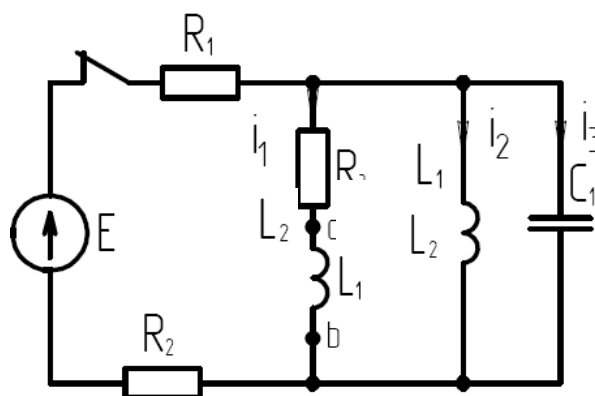


Рис.2.12

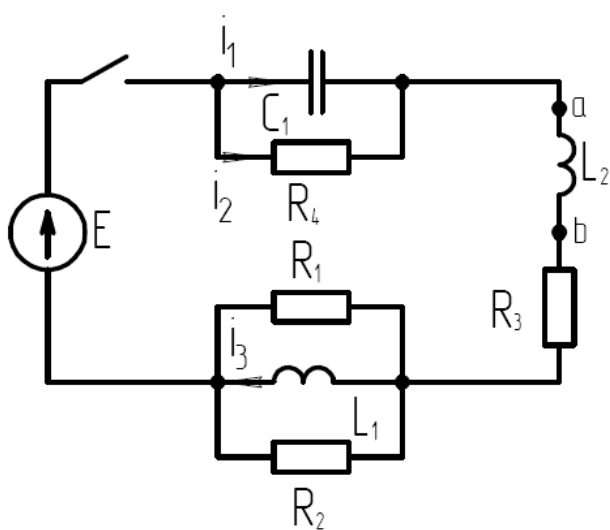


Рис.2.13

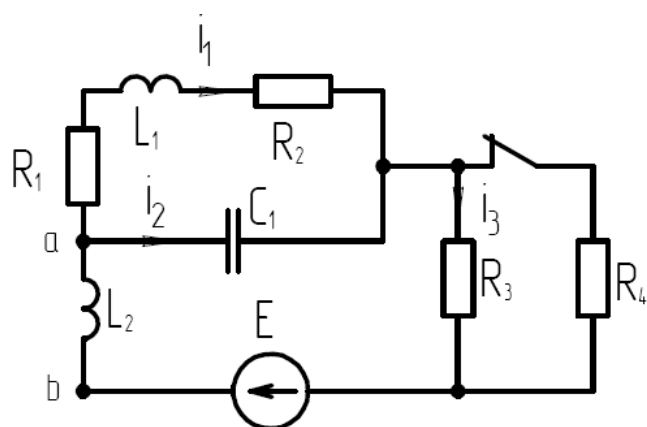


Рис.2.14

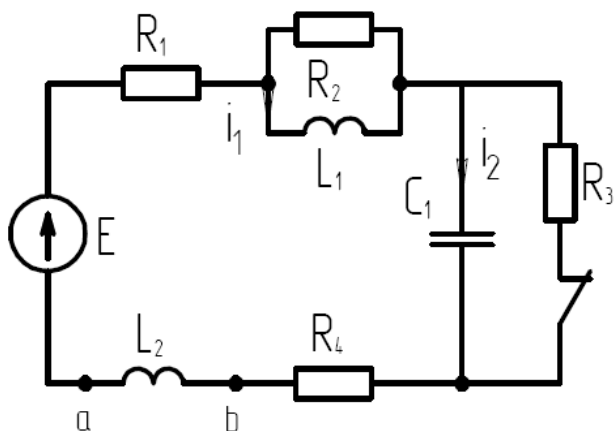


Рис.2.15

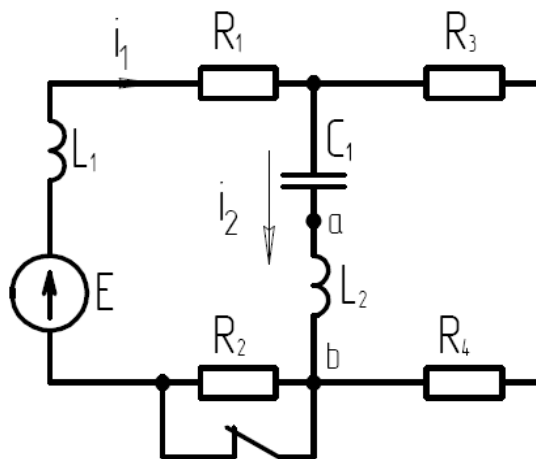


Рис.2.16

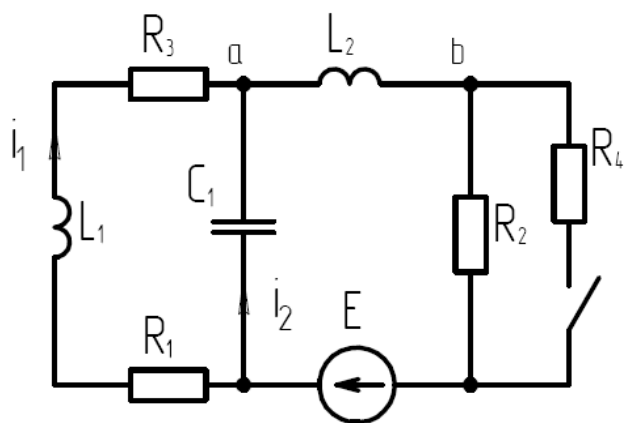


Рис.2.17

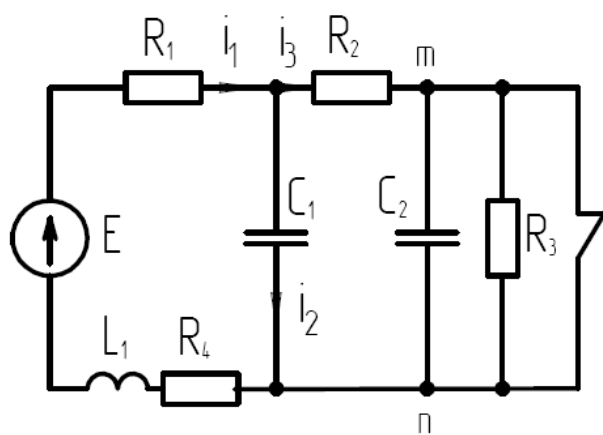


Рис.2.18

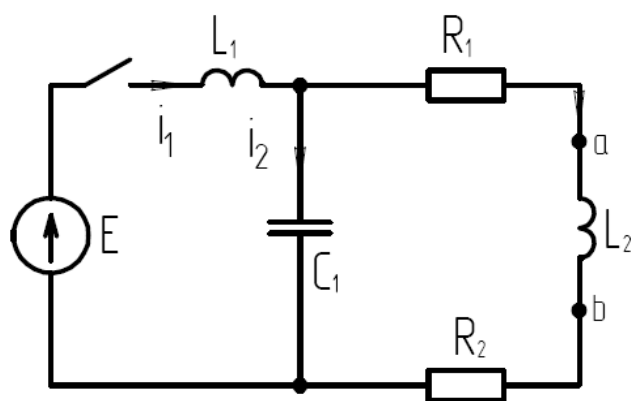


Рис.2.19

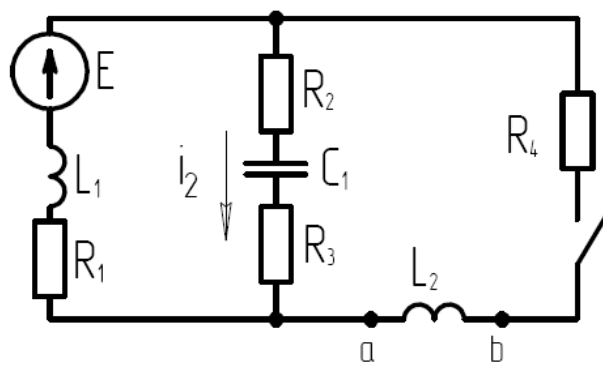


Рис.2.20

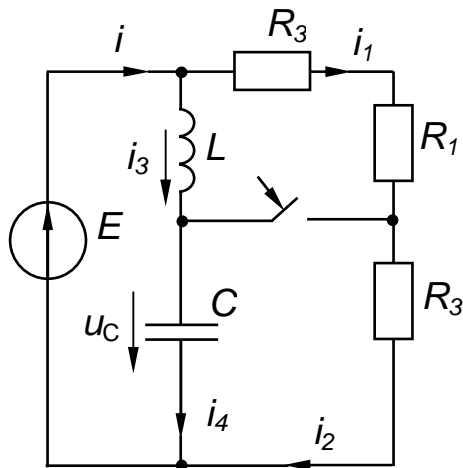
2.4. Приклад розрахунку (рис.2.21)

Розглядають деякі ключові моменти вирішення подібної задачі.

Примітка. Приклад розрахунку не є повністю виконаним завданням; правильно оформлена РГР передбачає детальні пояснення по кожному пункту робочого завдання, що спираються на тверді знання даної теми дисципліни. Крім того, математичні перетворення, вирішення систем рівнянь, інші математичні операції в роботі повинні містити проміжні результати.

Розрахункова схема (варіант №..)

Вихідні дані:



$$E = 30 \text{ В}; L = 1 \text{ мГн}; C = 2,5 \text{ мкФ};$$

$$R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 10 \text{ Ом}; R_3 = 10 \text{ Ом}.$$

Необхідно

1. Визначити струм та напругу на реактивних елементах при перехідному процесі класичним методом.
2. Визначити $i_2(t)$ операторним методом.
3. Побудувати графік $u_C(t)$ в інтервалі часу, який залежить від коренів характеристичного рівняння (див. робоче завдання).

Рис.2.21

Виконання

2.4.1. Загальне розв'язання для струму та напруги:

$$i_1(t) = i_{1\text{в}} + i_{1\text{н}}; u_C(t) = u_{C\text{в}} + u_{C\text{н}}; i_2(t) = i_2 + i_{2\text{н}}; i_3(t) = i_{3\text{в}} + i_{3\text{н}};$$

$$i_4(t) = C \frac{du_C}{dt}, i(t) = i_{\text{в}} + i_{\text{н}} = i_3(t) + i_1(t).$$

2.4.2. Знайдемо незалежні початкові умови:

$$i_3 = 0; u_C(0) = E = 30 \text{ В}.$$

2.4.3. Визначають залежні початкові умови.

Складають систему рівнянь за законами Кірхгофа для моменту часу $t=0$ (схема після комутації), звідки й знаходять залежні початкові умови

$$\begin{cases} i(0) - i_1(0) - i_3(0) = 0 \\ -i(0) + i_2(0) + i_4(0) = 0 \\ u_C = i_2(0) \cdot R_2 \\ u_L(0) = i_1(0) \cdot (R_2 + R_1) \\ u_L(0) + u_C(0) = E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1(0) = 0 \text{ А} \\ i_4(0) = -3 \text{ А} \\ u_L(0) = 0 \text{ В} \\ i_2(0) = 3 \text{ А} \\ i(0) = 0 \text{ А} \end{cases}$$

2.4.4. Визначають примусові значення струму та напруги (схема після комутації – рис.2.22)

$$i_{i\partial} = i_{3i\partial} = i_{2i\partial} = \frac{E}{R_2} = \frac{30}{10} = 3 \text{ А}; \quad i_{4i\partial} = 0; \quad i_{1i\partial} = 0 \text{ А}; \quad u_{Ci\partial} = i_{2i\partial} \cdot R_2 = E = 30 \text{ В}.$$

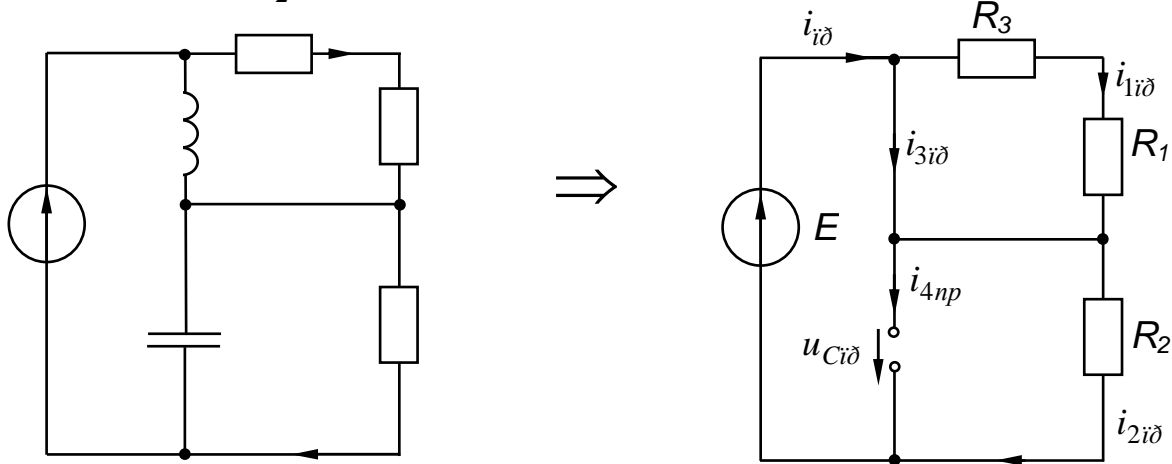


Рис.2.22

2.4.5. Складають характеристичне рівняння (рис.2.23) за методом вхідного опору - $Z_{\hat{a}x}(p)=0$.

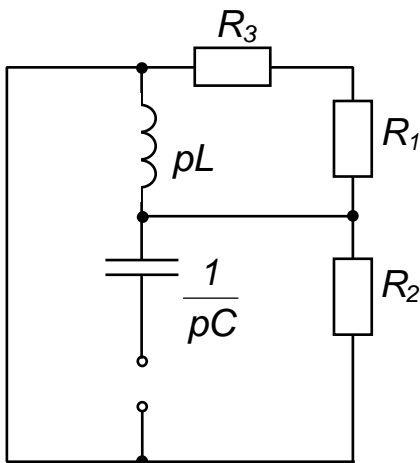


Рис.2.23

$$Z_{\hat{a}x}(p) = \frac{1}{pC} + \frac{R_2 \cdot \left(\frac{(R_3 + R_1) \cdot pL}{R_3 + R_1 + pL} \right)}{R_2 + \left(\frac{(R_3 + R_1)pL}{R_1 + R_3 + pL} \right)} = 0 \Rightarrow$$

$$p^2 LCR_2(R_1 + R_3) + pL(R_2 + R_1 + R_3) + R_2(R_3 + R_1) = 0$$

$$p^2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} + p \cdot 0,03 + 200 = 0.$$

$$\text{Корені рівняння: } p_1 = -7639 \text{ с}^{-1}; \quad p_2 = -52360 \text{ с}^{-1}.$$

Вільні складові струмів та напруг мають подібний вигляд: $u_{\hat{n}\hat{a}}(t) = A_k \cdot e^{-7639 \cdot t} + A_l \cdot e^{-52360 \cdot t}$, В;

$$i_{\hat{n}\hat{a}}(t) = A_n \cdot e^{-7639 \cdot t} + A_m \cdot e^{-52360 \cdot t}, \text{ А}.$$

2.4.6 Визначимо постійні інтегрування та закони $u_C(t)$ і $i_4(t)$

$$u_C(t) = 30 + A_1 \cdot e^{-7639 \cdot t} + A_2 \cdot e^{-52360 \cdot t}; \text{ якщо } t=0: 30 = 30 + A_1 + A_2 \Rightarrow A_1 = -A_2.$$

$$\text{З іншого боку } i_4(t) = C \frac{du_C}{dt} = C \cdot [-7639 \cdot A_1 \cdot e^{-7639 \cdot t} - 52360 \cdot A_2 \cdot e^{-52360 \cdot t}].$$

$$\text{Якщо } t=0: -3 = 2,5 \cdot 10^{-6} [-7639 \cdot \dot{A}_1 - 52360 \cdot \dot{A}_2].$$

Розв'язують систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{A}_1 = -\dot{A}_2 \\ 3 = 2,5 \cdot 10^{-6} \cdot [7639 \cdot \dot{A}_1 + 52360 \cdot \dot{A}_2] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = -26,83 \\ A_2 = 26,83 \end{cases}.$$

Отже, $u_C(t) = 30 - 26,83 \cdot e^{-7639 \cdot t} + 26,83 \cdot e^{-52360 \cdot t}$, В;

$$i_4(t) = 0,512 \cdot e^{-7639 \cdot t} - 3,512 \cdot e^{-52360 \cdot t}, \text{ А.}$$

Далі можна за законом Ома визначити значення $i_2(t)$, потім за другим законом Кірхгофа - $u_L(t)$. Струм $i_1(t)$ визначають за законом Ома, а струми $i(t)$ та $i_3(t)$ - за першим законом Кірхгофа.

2.4.7. Операторний метод для визначення $i_2(t)$

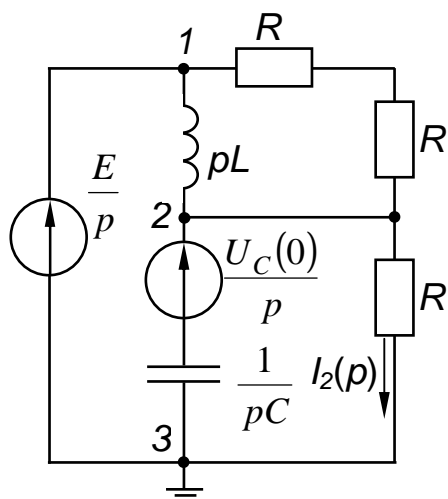


Рис.2.24

Операторна схема заміщення – рис.2.24.

За методом вузлових потенціалів:

$$\varphi_3(p) = 0 \Rightarrow \varphi_1(p) = \frac{E}{p}. \text{ Тоді } (R_1 = R_2 = R_3 = R):$$

$$-\varphi_1(p) \cdot G_{21}(p) + \varphi_2(p) \cdot G_{22}(p) = \sum_2 E_k(p) \cdot G_k(p),$$

де $G_{21}(p) = \frac{1}{p \cdot L} + \frac{1}{2 \cdot R}$ - взаємна провідність першого та другого вузлів;

$$G_{22}(p) = p \cdot C + \frac{1}{R} + \frac{1}{p \cdot L} + \frac{1}{2 \cdot R} \text{ - власна про-$$

відність першого вузла;

$$\sum_2 E_k(p) \cdot G_k(p) = \frac{U_C(0)}{p} \cdot p \cdot C = U_C(0) \cdot C \text{ - вузловий струм другого вузла.}$$

$$\text{Отже } \varphi_2(p) = \left[U_C(0) \cdot C + \frac{E}{p} \cdot \left(\frac{1}{p \cdot L} + \frac{1}{2 \cdot R} \right) \right] \cdot \frac{1}{p \cdot C + \frac{1}{R} + \frac{1}{p \cdot L} + \frac{1}{2 \cdot R}}, \text{ а за}$$

законом Ома зображення шуканого струму:

$$I_2(p) = \frac{\varphi_2(p) - \varphi_3(p)}{R} = \frac{\varphi_2(p)}{R} = \frac{p^2 \cdot U_C(0) \cdot 2 \cdot R \cdot L \cdot C + p \cdot L \cdot E + 2 \cdot R \cdot E}{p \cdot (p^2 \cdot 2 \cdot R^2 \cdot L \cdot C + p \cdot 3 \cdot L \cdot R + 2 \cdot R^2)}.$$

$$I_2(p) = \frac{p^2 \cdot 0,0000015 + p \cdot 0,03 + 600}{(p^2 \cdot 0,0000005 + p \cdot 0,03 + 200) \cdot p} = \frac{N(p)}{M(p)}.$$

У нашому випадку корені рівняння $M(p) = 0$ дійсні й різні, тому теорема розкладання матиме вигляд:

$$I_2(p) = \frac{N(p)}{M(p)} \div i_2(t) = \frac{N(p_1)}{M'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N(p_2)}{M'(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} + \frac{N(p_3)}{M'(p_3)} \cdot e^{p_3 \cdot t};$$

де $p_1 = 0$; $p_2 = -7639 \text{ с}^{-1}$; $p_3 = -52360 \text{ с}^{-1}$ - корені рівняння $M(p) = 0$

В даному випадку є примусова складова струму:

$$i_{i\partial} = \frac{N(p_1)}{M'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} = \frac{N(0)}{M'(0)} \cdot e^{0 \cdot t} = \frac{N(0)}{M'(0)}.$$

$$N(p_1) = 600;$$

$$N(p_2) = N(-7639) = (-7639)^2 \cdot 0,0000015 + (-7639) \cdot 0,03 + 600 = 458,361;$$

$$N(p_3) = N(-52360) = (-52360)^2 \cdot 0,0000015 + (-52360) \cdot 0,03 + 600 = 3141,55.$$

$$M'(p) = 3 \cdot p^2 \cdot 0,0000005 + 0,03 \cdot 2 \cdot p + 200;$$

$$M'(p_1) = 200;$$

$$M'(p_2) = M'(-7639) = 3 \cdot (-7639)^2 \cdot 0,0000005 + 0,03 \cdot 2 \cdot (-7639) + 200 = -170,808;$$

$$M'(p_3) = M'(-52360) = 3 \cdot (-52360)^2 \cdot 0,0000005 + 0,03 \cdot 2 \cdot (-52360) + 200 = 1170,75.$$

Таким чином

$$i_2(t) = \frac{600}{200} + \frac{458,361}{(-170,808)} \cdot e^{-7639t} + \frac{3141,55}{1170,75} \cdot e^{-52360t} = \underline{3 - 2,683 \cdot e^{-7639t} + 2,683 \cdot e^{-52360t}}, \text{ А.}$$

Якщо примусової складової немає, і корені рівняння $M(p) = 0$ другого ступеня (p_1, p_2) дійсні й різні, то оригінал знаходять так:

$$i_k(t) = \frac{N(p_1)}{M'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{N(p_2)}{M'(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t}.$$

Вид формули розкладання у випадку комплексно-спряжених коренів рівняння $M(p) = 0$ наведений у п.2.3.

2.4.8. Графік залежності струму $i_2(t) = 3 - 2,683 \cdot e^{-7639t} + 2,683 \cdot e^{-52360t}$ в інтервалі часу від $t=0$ до $t = \frac{3}{|p_{\min}|} = \frac{3}{7639} = 0,4 \cdot 10^{-3}$ нс.

Таблиця 2.2 – Дані для побудови графіка $i_2(t)$

$t, \text{ с}$	0	0,00005	0,0001	0,00015	0,0002	0,00025	0,0003	0,00035	0,0004
$i_2(t), \text{ А}$	3	1,3645	1,7644	2,14797	2,4178	2,6026	2,7288	2,8149	2,8736

Графік струму $i_2(t)$ представлений на рис.2.25.

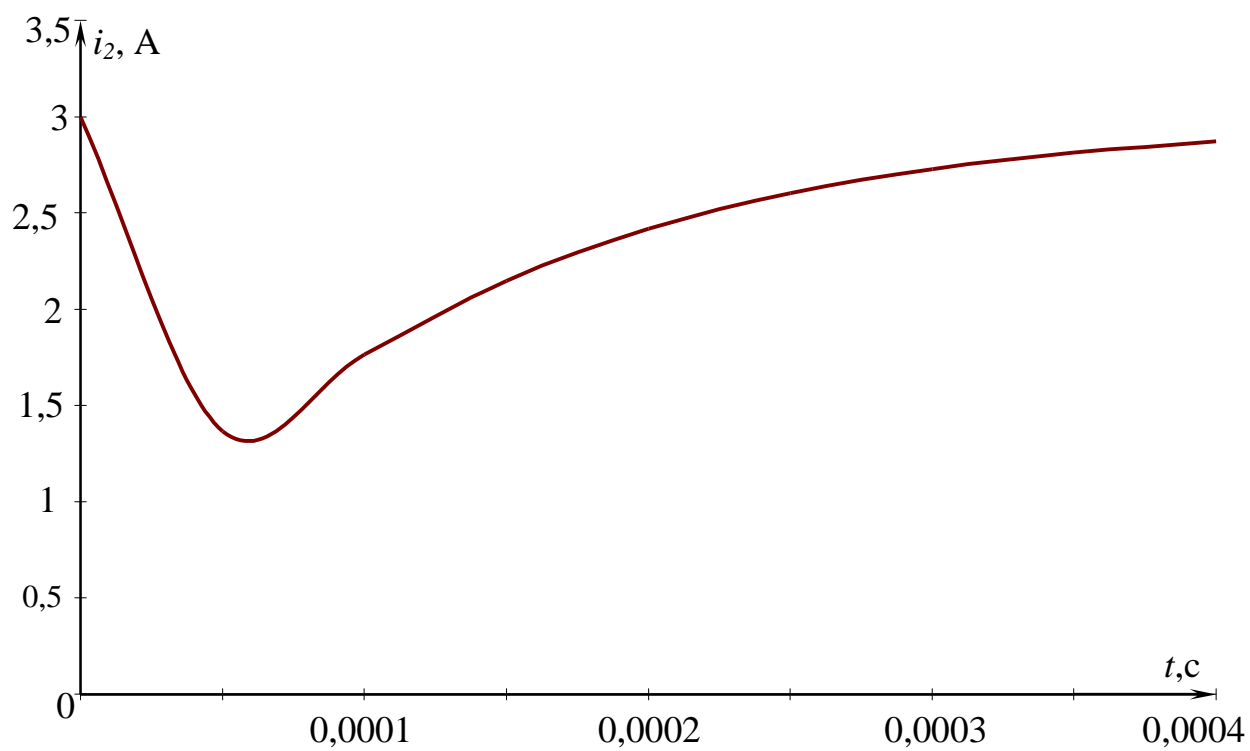


Рис.2.25

2.5. Контрольні запитання до другої частини розрахунково-графічної роботи №2:

- 1) Дайте визначення перехідних процесів. Сформулюйте закони комутації.
- 2) Поясніть, як проводять розрахунок перехідних процесів класичним методом.
- 3) Дайте визначення незалежних та залежних, початкових умов.
- 4) Поясніть порядок складання характеристичного рівняння за методом головного визначника і методом вхідного опору.
- 5) Поясніть як визначається ступінь характеристичного рівняння. Вкажіть властивості коренів характеристичного рівняння.
- 6) Поясніть, який характер має вільний процес: при одному корені характеристичного рівняння, при двох дійсних рівних та двох дійсних нерівних коренях, при двох комплексно спряжених коренях характеристичного рівняння.
- 7) Поясніть, як визначають постійні інтегрування в класичному методі розрахунку перехідних процесів.
- 8) Сформулюйте сутність операторного методу. Наведіть формулу перетворення Лапласа.
- 9) Проаналізуйте, як знаходять зображення постійної величини, показової функції, першої похідної (напруги на індуктивності), інтегралу (напруги на ємності).
- 10) Сформулюйте деякі теореми й граничні співвідношення операторного методу.
- 11) Сформулюйте закони Ома і Кірхгофа в операторній формі.
- 12) Поясніть, як використовується формула розкладання для визначення оригіналу струму (напруги) при перехідному процесі операторним методом.
- 13) Поясніть, в якому порядку проводять розрахунок перехідних процесів операторним методом.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник, М.: Гардарики, 2002 – 640 с.
2. Перхач В.С. Теоретична електротехніка. Лінійні кола. - К: Вища школа, 1992 – 439 с.
3. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. 4-е издание, дополненное для самостоятельного изучения курса. - Издательство «Питер», 2004 (т. 1 – 462 с., т. 2 – 575 с., т. 3 – 376 с.).
4. М.Р. Шебес, М.В. Каблукова. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: «Высшая школа», 1990– 544 с.
5. М.П. Рибалко, В.О.Єсауленко, В.І. Костенко. Теоретичні основи електротехніки. Лінійні електричні кола: Підручник. – Донецьк: Новий світ, 2003 -513 с.
6. Зевеке Г.В., Ионкин П.А. и др. Основы теории цепей: Учебник для вузов - М.: Энергоатомиздат, 1989– 528 с.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи за темою «Розрахунок трифазних кіл, що живляться негармонійними джерелами напруги. Аналіз перехідних процесів у лінійних електричних колах постійного струму» з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки» (для студентів заочної форми навчання напрямів 6.050701 - «Електротехніка та електротехнології" і 6.050702 - "Електромеханіка").

Укладачі: Яна Борисівна Форкун,
Володимир Петрович Самошкін,
Геннадій Валентинович Капустін,
Світлана Марківна Юрченко

Редактор: Д.Ф. Курильченко

План 2008, поз.156 М

Підп. до друку 29.08.2008 р.	Формат 60x84 1/16	Папір офісний
Друк на ризографі	Умовн.-друк. арк. 2,1	Обл.-вид. арк. 2,3
Замовл. № .	Тираж 150 прим.	
61002, Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12		
Сектор оперативної поліграфії ІОЦ ХНАМГ		
61002, Харків, вул. Революції, 12		